

# Grundlagen der Elektrotechnik

Aufgabensammlung

Markus Hufschmid

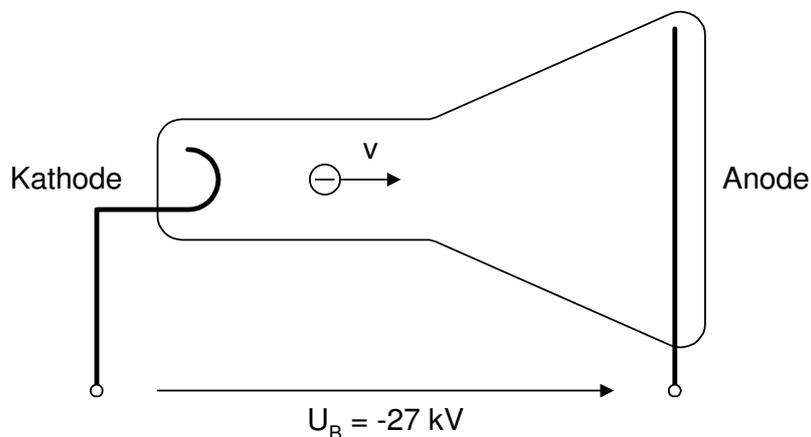
## Aufgabe 1

In einem Draht von 0.5 mm Durchmesser fliesst ein zeitlich konstanter Strom von 80 mA.

- Berechnen Sie die Ladungsmenge, die pro Stunde durch den Querschnitt fliesst.
- Ermitteln Sie die Stromdichte<sup>1</sup> in A/mm<sup>2</sup> und in kA/cm<sup>2</sup>.

## Aufgabe 2

In einer Kathodenstrahlröhre durchfliegt ein Elektron eine Vakuumstrecke zwischen der Kathode und der Anode. Beim Start an der Kathode beträgt die Geschwindigkeit des Elektrons und somit dessen kinetische Energie<sup>2</sup> noch Null. Aufgrund der Spannung zwischen Kathode und Anode besitzt das Elektron jedoch eine potentielle Energie. Auf dem Weg zur Anode wird das Elektron beschleunigt, seine Geschwindigkeit und somit seine kinetische Energie nimmt zu. Dafür wird seine potentielle Energie abgebaut und erreicht schliesslich den Wert Null, wenn das Elektron an der Anode eintrifft.



- Wie gross ist die potentielle Energie des Elektrons an der Kathode, wenn die Spannung zwischen Kathode und Anode  $U_B = -27 \text{ kV}$  beträgt? (Ladung des Elektrons:  $Q_e = -e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )  
Die in a) berechnete potentielle Energie wird während des Flugs zur Anode vollständig in kinetische Energie umgewandelt. Dabei bleibt die Summe aus potentieller und kinetischer Energie während des gesamten Flugs konstant. Für die Berechnung der kinetischen Energie kann die folgende Beziehung verwendet werden.

$$W_{\text{kinetisch}} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$$

Darin ist  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  die Masse des Elektrons und  $v$  ist dessen Geschwindigkeit.

- Mit welcher Geschwindigkeit prallt das Elektron am Ende des Flugs auf die Anode auf?

<sup>1</sup> Die Stromdichte ist das Verhältnis zwischen dem elektrischen Strom und der Querschnittsfläche des Leiters.

<sup>2</sup> Die kinetische Energie ist diejenige Energie, welche ein Körper aufgrund seiner Geschwindigkeit besitzt.

### Aufgabe 3

Ermitteln Sie die durchschnittliche Geschwindigkeit der freien Elektronen in einem Kupferdraht mit dem Querschnitt  $A = 1 \text{ mm}^2$ , der mit einem Strom von  $I = 1 \text{ A}$  durchflossen wird. Die Anzahl freier Elektronen pro  $\text{m}^3$  beträgt  $n = 8.5 \cdot 10^{28}$ .

- Berechnen Sie zunächst die Ladung  $Q$ , die in einem Drahtstück von  $1 \text{ mm}$  Länge vorhanden ist.  
(Ladung des Elektrons:  $Q_e = -e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )
- Anschliessend ermitteln Sie die Stromstärke, die durch das Verschieben der Ladung  $Q$  um  $1 \text{ mm}$  in einer Sekunde entsteht.
- Schliesslich ist die Strömungsgeschwindigkeit der Elektronen zu berechnen, die einem Strom von  $1 \text{ A}$  entspricht.

### Aufgabe 4

Der Drahtdurchmesser eines Kupferdrahtes beträgt  $d = 1.4 \text{ mm}$ . Berechnen Sie den ohmschen Widerstand des Drahtes als kurzen Verbindungsdraht von  $\ell_1 = 20 \text{ cm}$  Länge und als Fernsprechkabel von  $\ell_2 = 500 \text{ km}$  Länge ( $\rho_{\text{Cu}} = 0.018 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ).

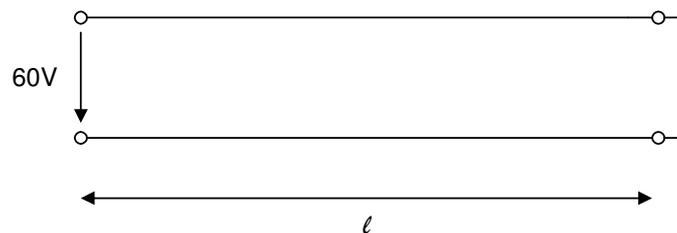
### Aufgabe 5

Für einen Tauchsieder mit der Leistungsaufnahme  $P = 1 \text{ kW}$  bei  $U = 220 \text{ V}$  soll ein Heizdraht aus Chromnickel ( $\rho = 1 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ,  $\alpha_{20} = 0.00005 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ ) und einem Durchmesser von  $d = 0.3 \text{ mm}$  dimensioniert werden.

- Berechnen Sie den Widerstand des Drahtes.
- Ermitteln Sie die notwendige Länge des Heizdrahtes, indem Sie die Temperaturabhängigkeit des Drahtes zunächst vernachlässigen.
- Untersuchen Sie anschliessend den Einfluss des Temperaturkoeffizienten, indem Sie den prozentualen Zuwachs des Widerstands berechnen, wenn die Temperatur von  $\vartheta_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$  auf  $\vartheta_1 = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$  anwächst.

### Aufgabe 6

Ein am Ende kurzgeschlossenes Kupfer-Doppelkabel ( $\rho = 0.018 \text{ } \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ,  $\alpha_{20} = 0.004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ ) wird an eine Spannungsquelle mit  $U = 60 \text{ V}$  angeschlossen.



- Ermitteln Sie die Länge  $\ell$  des Kabels, wenn bei einer Temperatur von  $\vartheta_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$  eine Stromdichte von  $\sigma = 50 \text{ mA}/\text{mm}^2$  gemessen wird.
- Bei einer anderen Temperatur wird eine um  $10\%$  erhöhte Stromdichte gemessen. Wie hoch ist die Kabeltemperatur bei dieser Messung?

## Aufgabe 7

Zwei Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  seien parallel geschaltet. Jede Zeile der untenstehenden Tabelle entspricht einem Experiment. Tragen Sie die jeweils fehlenden Werte ein.

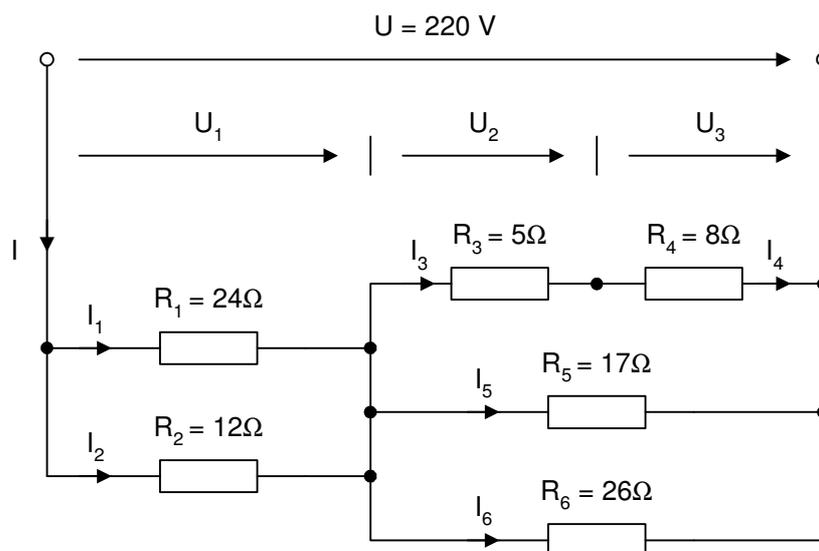
U [V]	$I_1$ [A]	$I_2$ [A]	I [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_{\text{Ersatz}}$ [ $\Omega$ ]
100	0.5	0.1				
12				4	6	
			$10^{-2}$	300	700	
			$5 \cdot 10^{-3}$	200		100

## Aufgabe 8

Ein Messwiderstand weist nach seiner Herstellung statt des Sollwertes  $R_{\text{Soll}} = 1 \Omega$  den Wert  $R_{\text{Ist}} = 1.004 \Omega$  auf. Berechnen Sie den Widerstand, der zur Korrektur dem Messwiderstand parallel geschaltet werden muss.

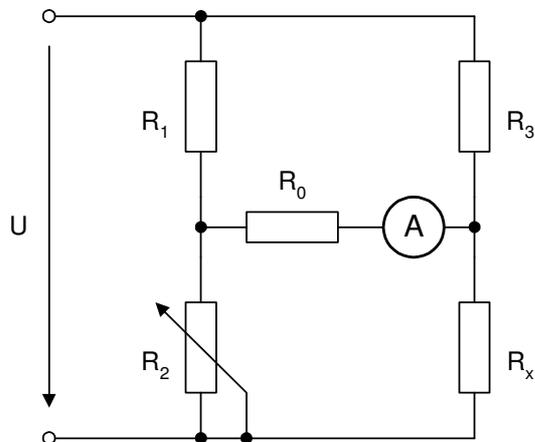
## Aufgabe 9

In der skizzierten Schaltung sind die Spannungen  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  und sämtliche Ströme zu berechnen.



## Aufgabe 10

Mit der angegebenen Schaltung soll der Wert des unbekannten Widerstands  $R_x$  bestimmt werden. Dazu wird der Widerstand  $R_2$  so lange verändert, bis kein Strom mehr durch den Widerstand  $R_0$  fließt.

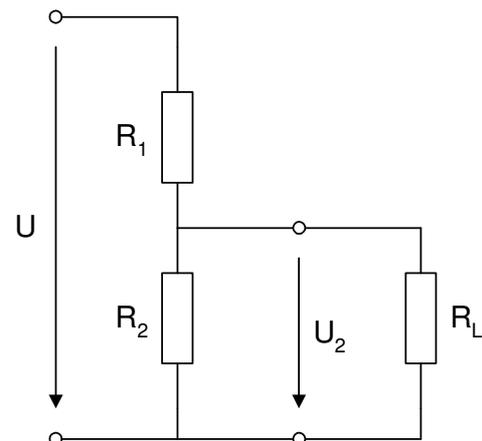


- Wie lautet die entsprechende Abgleichbedingung? Von welchen Grössen ist sie abhängig?
- Gegeben seien  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 333 \text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 2.7 \text{ k}\Omega$ ,  $R_0 = 1 \text{ }\Omega$ ,  $U = 10 \text{ V}$ . Wie gross ist der gesuchte Widerstand  $R_x$ ?

## Aufgabe 11

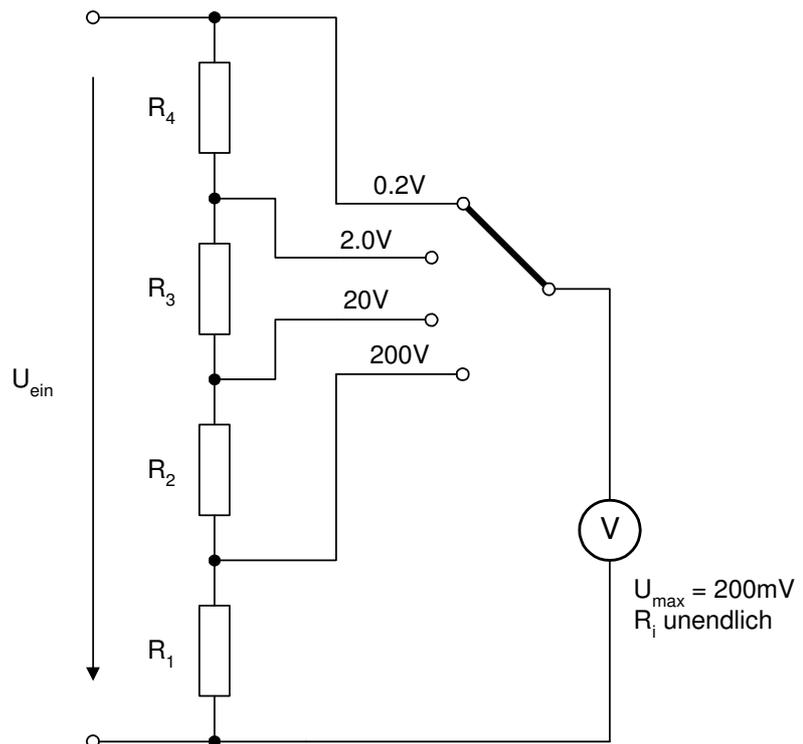
Ein mit den Widerständen  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 270 \text{ }\Omega$  aufgebauter Spannungsteiler wird mit dem Widerstand  $R_L$  belastet. Die Eingangsspannung beträgt  $U = 12 \text{ V}$ .

- Berechnen Sie die Ausgangsspannung  $U_2$  für den Fall, dass  $R_L$  unendlich hoch ist (unbelasteter Spannungsteiler)?
- Um wieviel Prozent ändert sich die Ausgangsspannung, falls  $R_L = 4.7 \text{ k}\Omega$  ist?



## Aufgabe 12

Ein Multimeter mit den Messbereichen 0.2 V, 2 V, 20 V und 200 V soll mit einem LCD-Anzeigemodul mit einem Anzeigebereich von  $U_{\max} = 200 \text{ mV}$  und einem nahezu unendlich hohen Eingangswiderstand aufgebaut werden. Dimensionieren Sie den dazugehörigen Spannungsteiler. Der Eingangswiderstand des Multimeters soll, unabhängig vom Messbereich,  $R_{\text{ein}} = 1 \text{ M}\Omega$  betragen.



## Aufgabe 13

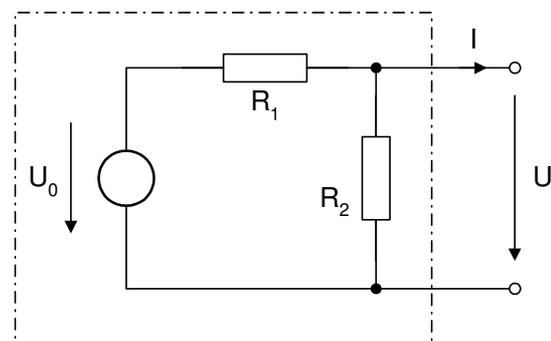
Das LCD-Anzeigemodul in Aufgabe 12 hat in Tat und Wahrheit einen Innenwiderstand von  $R_i = 100 \text{ M}\Omega$ . Welcher prozentuale Fehler ergibt sich dadurch in jedem Messbereich?

## Aufgabe 14

Eine ideale Spannungsquelle mit anschliessendem Spannungsteiler wird als Zweipol betrachtet.

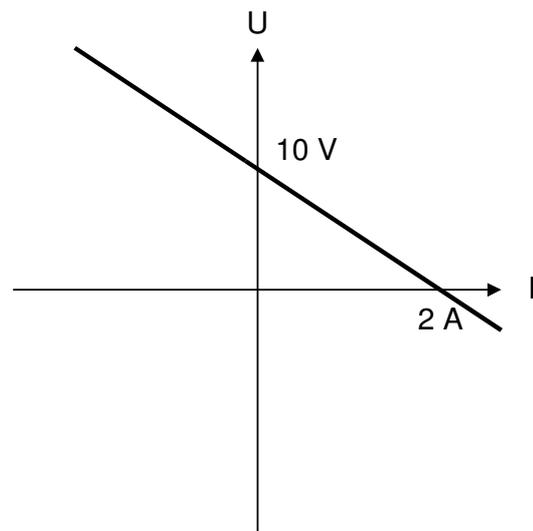
Gegeben sind:  $U_0 = 10 \text{ V}$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 470 \Omega$ .

- Berechnen Sie die Leerlaufspannung und den Kurzschlussstrom des Zweipols.
- Zeichnen Sie die Spannungs-Strom-Kennlinie des Zweipols auf.
- Mit welcher realen Spannungsquelle kann das Verhalten des Zweipols nachgebildet werden?
- Mit welcher realen Stromquelle kann das Verhalten des Zweipols nachgebildet werden?



### Aufgabe 15

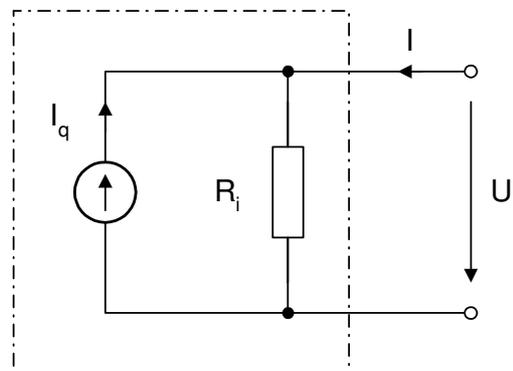
Geben Sie zwei verschiedene Ersatzschaltungen für den Zweipol mit der nebenstehenden Kennlinie an. Wählen Sie dazu das Generator-Zählpfeilsystem.



### Aufgabe 16

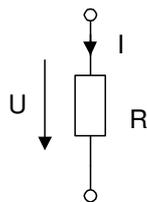
Gegeben ist ein Zweipol mit Verbraucher-Zählpfeilsystem. Es gelte  $I_q = 10 \text{ mA}$  und  $R_i = 2 \text{ k}\Omega$ .

- Wie lautet die Strom-Spannungs-Beziehung?
- Zeichnen Sie die Spannungs-Strom-Kennlinie des Zweipols auf.
- An die Anschlussklemmen wird eine ideale Spannungsquelle mit  $U_0 = 30 \text{ V}$  angeschlossen. Welcher Strom  $I$  fließt in den Zweipol und welche Leistung nimmt der Zweipol auf?

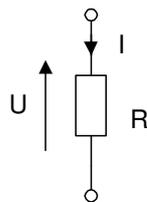


### Aufgabe 17

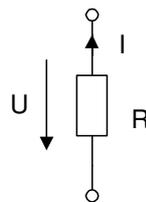
Geben Sie für jeden der nachfolgenden Fälle die Beziehung zwischen Spannung  $U$  und Strom  $I$  an.



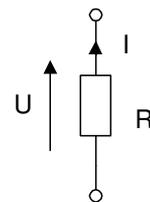
$$U = R \cdot I$$



$$U =$$



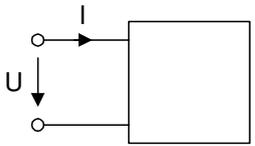
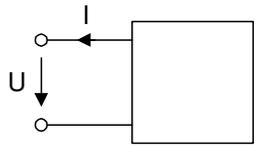
$$U =$$



$$U =$$

### Aufgabe 18

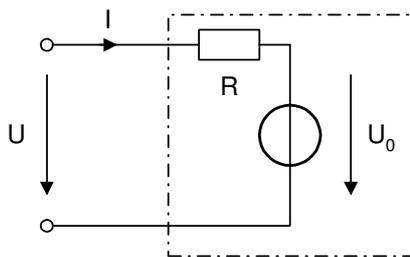
Berechnen Sie für jeden der angegebenen Fälle die vom Zweipol verbrauchte, resp. erzeugte Leistung.

							
U	I	P	Erzeuger/ Verbraucher	U	I	P	Erzeuger/ Verbraucher
3 V	1 A			3 V	1 A		
-3 V	1 A			-3 V	1 A		
3 V	-1 A			3 V	-1 A		
-3 V	-1 A			-3 V	-1 A		

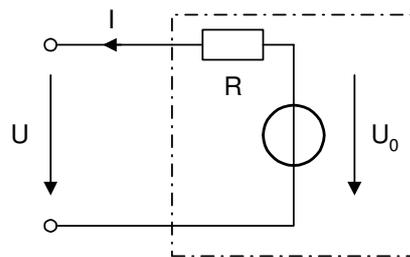
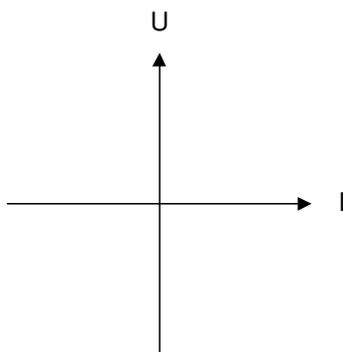
### Aufgabe 19

Geben Sie für die beiden nachfolgenden Zweipole jeweils die Beziehung zwischen Spannung U und Strom I an.

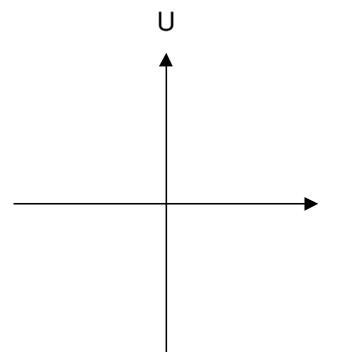
Zeichnen sie die dazugehörigen U-I-Kennlinien für den Fall  $U_0 > 0$  und  $R > 0$ .



U =

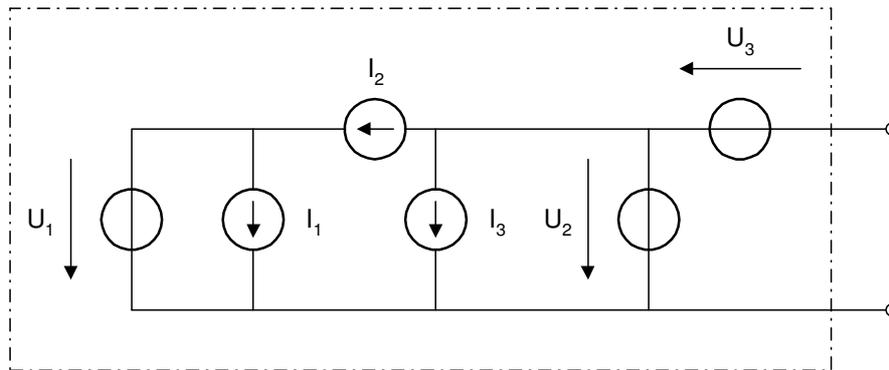


U =

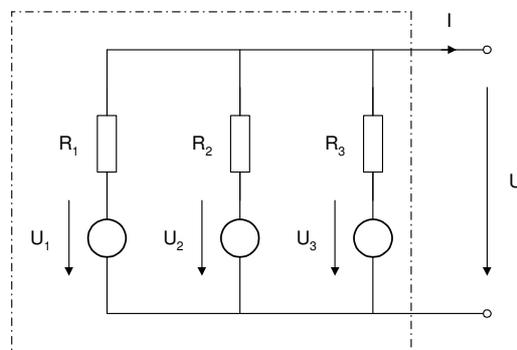


## Aufgabe 20

Durch welchen gleichwertigen Zweipol kann die nachfolgende Schaltung ersetzt werden?



## Aufgabe 21



Drei reale Spannungsquellen werden zu einem Zweipol zusammengeschaltet. Bestimmen Sie eine Ersatzschaltung mit einer Spannungsquelle und einem Innenwiderstand, die sich an den Klemmen gleich verhält wie der gegebene Zweipol.

- Wandeln Sie jeder der drei realen Spannungsquellen in äquivalente Stromquellen um.
- Fassen Sie die drei realen Stromquellen zu einer einzigen zusammen.
- Wandeln Sie die erhaltene Stromquelle wieder in eine Spannungsquelle um.
- Berechnen Sie die Quellenspannung und den Innenwiderstand der Ersatzschaltung für  $U_1 = 10 \text{ V}$ ,  $U_2 = 12 \text{ V}$ ,  $U_3 = 15 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 15 \text{ }\Omega$  und  $R_3 = 8 \text{ }\Omega$ .
- Der gegebene Zweipol wird mit einem Widerstand von  $R_L = 5 \text{ }\Omega$  belastet. Wie gross ist die Spannung über dem Widerstand und welcher Strom fließt durch den Widerstand?

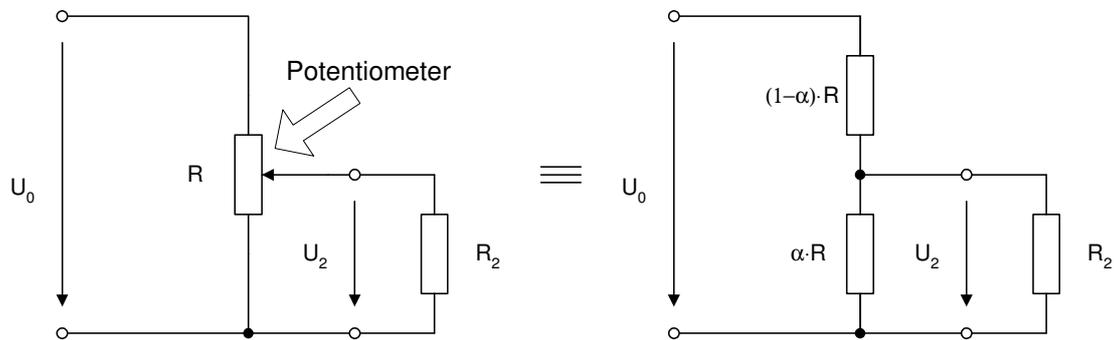
## Aufgabe 22

Eine reale Spannungsquelle wird zunächst mit dem Widerstand  $R^{(1)} = 1 \text{ k}\Omega$  belastet. Dabei fließt ein Strom von  $I^{(1)} = 1 \text{ mA}$ . Danach wird der Widerstand auf den Wert  $R^{(2)} = 2 \text{ k}\Omega$  geändert. Es fließt nun ein Strom von  $I^{(2)} = 0.667 \text{ mA}$ .

Berechnen Sie die Quellenspannung  $U_q$  und den Innenwiderstand  $R_i$  der Spannungsquelle.

### Aufgabe 23

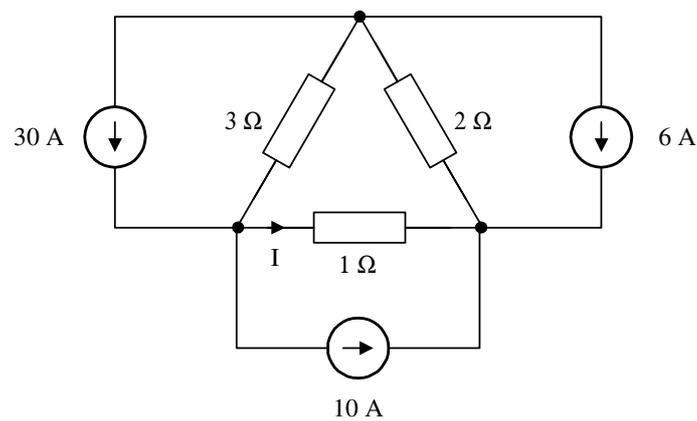
Ein Potentiometer ist ein Widerstand mit einem veränderlichen Abgriff und kann deshalb als einstellbarer Spannungsteiler betrachtet werden. Der Parameter  $\alpha$  ist zwischen 0 und 1 einstellbar.



- Berechnen Sie den Verlauf der Spannung  $U_2$  in Funktion des Parameters  $\alpha$ .
- Zeichnen Sie diesen Verlauf auf für  $U_0 = 10 \text{ V}$ ,  $R = 10 \text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ .

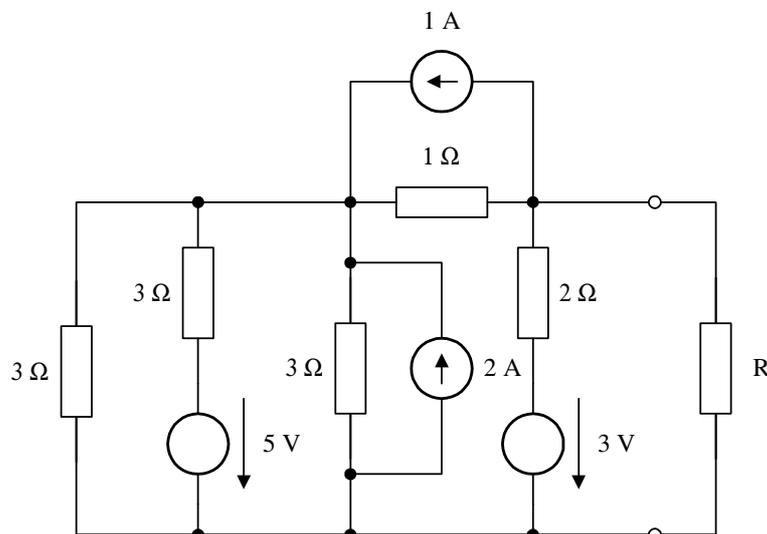
### Aufgabe 24

Bestimmen Sie den Strom  $I$  mit Hilfe des Superpositionsprinzips.



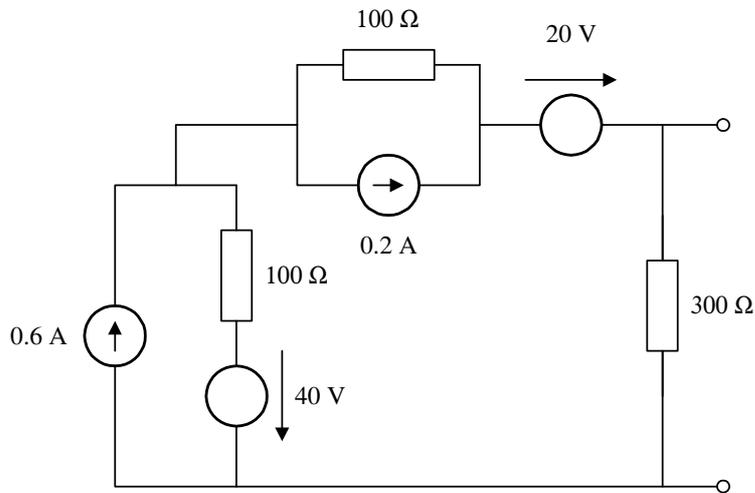
### Aufgabe 25

Wie gross muss der Widerstand  $R$  gewählt werden, damit die in ihm umgewandelte Leistung maximal wird?



## Aufgabe 26

a) Bestimmen Sie den Innenwiderstand und den Kurzschlussstrom des gegebenen Zweipols.



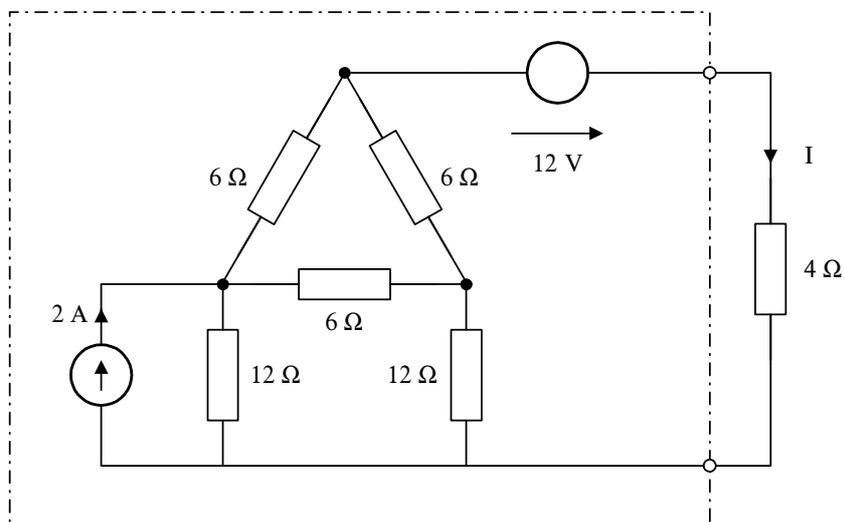
b) Zeichnen Sie die U-I-Kennlinie des Zweipols (Erzeuger-Zählpeilsystem).

c) Geben Sie die Strom- und die Spannungsquellenersatzschaltung des Zweipols an.

d) Mit welchem Widerstand  $R_L$  muss der Zweipol belastet werden, damit der Zweipol einen Strom von 0.1 A liefert?

## Aufgabe 27

Bestimmen Sie den Strom  $I$  durch den  $4\ \Omega$ -Widerstand, indem Sie für den Zweipol eine einfache Ersatzschaltung suchen. **Tipp:** Nicht verzweifeln, diese Aufgabe ist nicht ganz einfach.



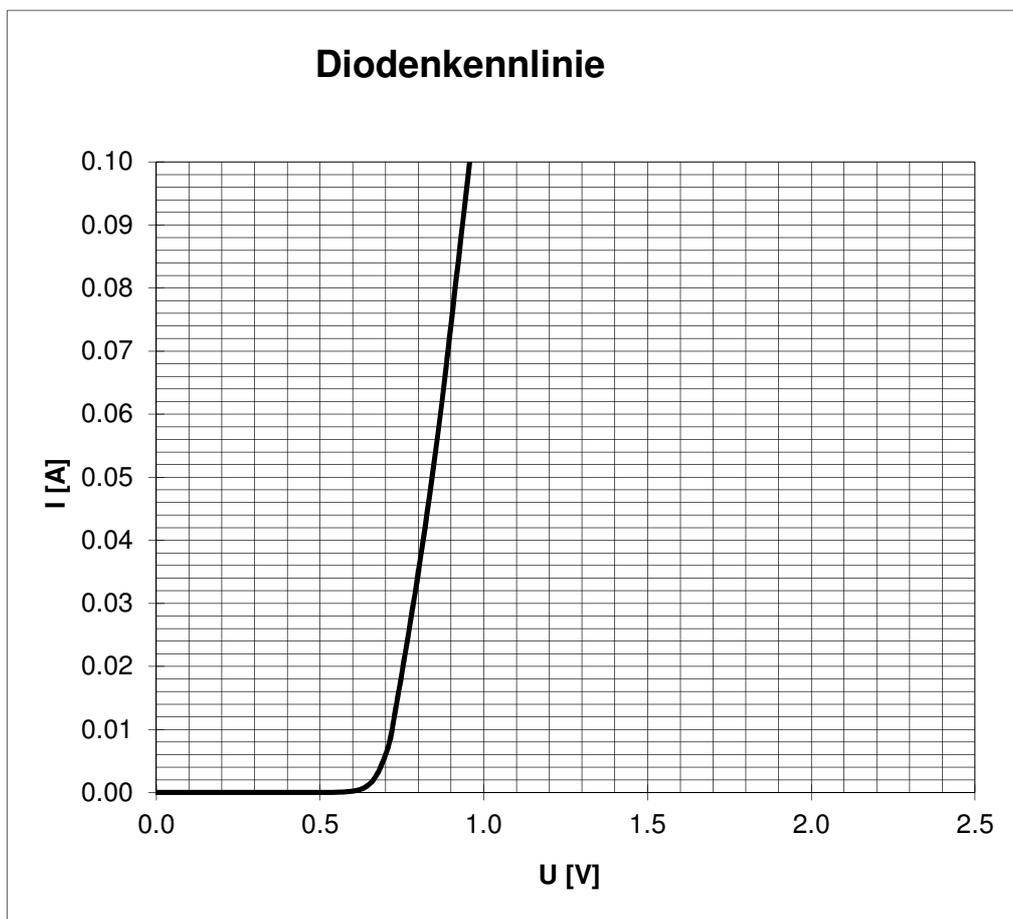
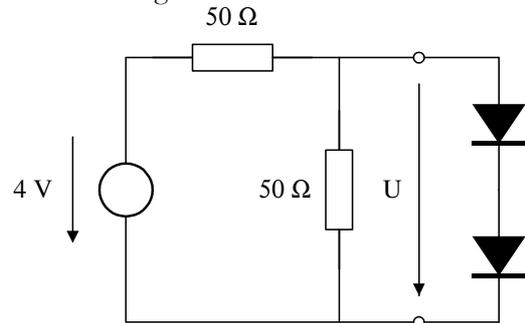
## Aufgabe 28

Als Beilage ist die Kennlinie einer Halbleiterdiode gegeben.

a) Skizzieren Sie die Kennlinie des Zweipols, der aus der Reihenschaltung zweier solcher Dioden besteht. Die beiden Dioden werden gemäss nebenstehender Schaltung mit einem zweiten Zweipol zusammengesaltet.

b) Bestimmen Sie graphisch die Spannung  $U$ , die sich über den beiden Dioden einstellt.

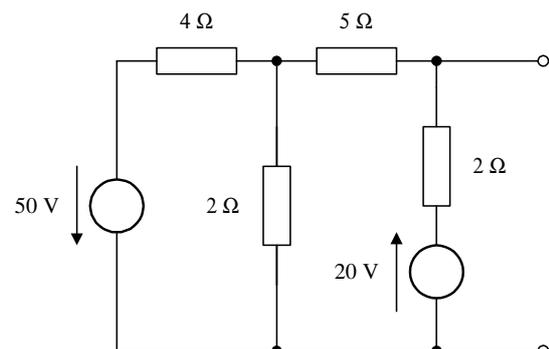
c) Zwischen welchen Werten schwankt die Spannung  $U$ , wenn sich die Quellenspannung um  $\pm 1$  V ändert?



## Aufgabe 29

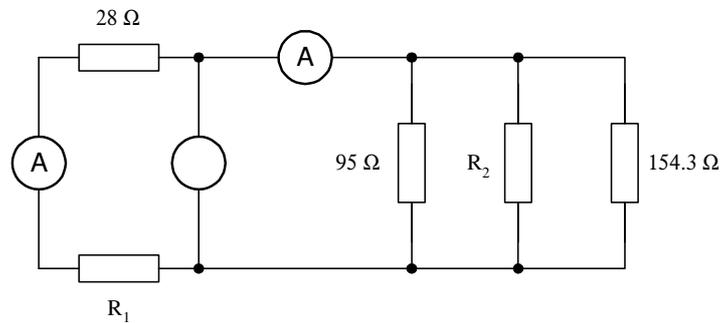
a) Berechnen Sie die Leerlaufspannung und den Kurzschlussstrom des gegebenen Zweipols.

b) Geben Sie die Spannungs- und die Stromquellenersatzschaltung des Zweipols an.



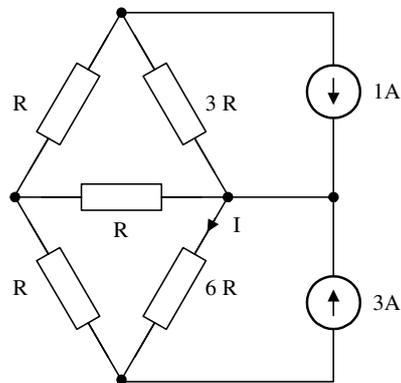
### Aufgabe 30

In der nachfolgenden Schaltung zeigen beide Ampèremeter (Innenwiderstand  $R_i = 0 \Omega$ ) einen Strom von  $1.7 \text{ A}$  an. Die Spannungsquelle liefert eine Leistung von  $300 \text{ W}$ . Wie gross sind die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ ?



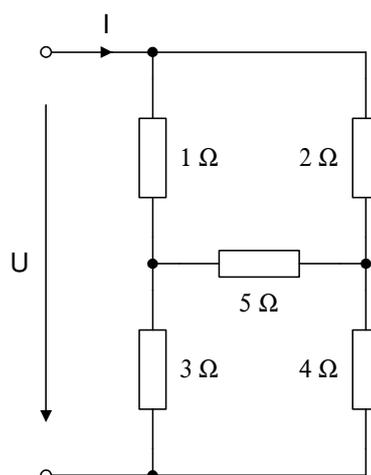
### Aufgabe 31

Berechnen Sie den Strom  $I$ .



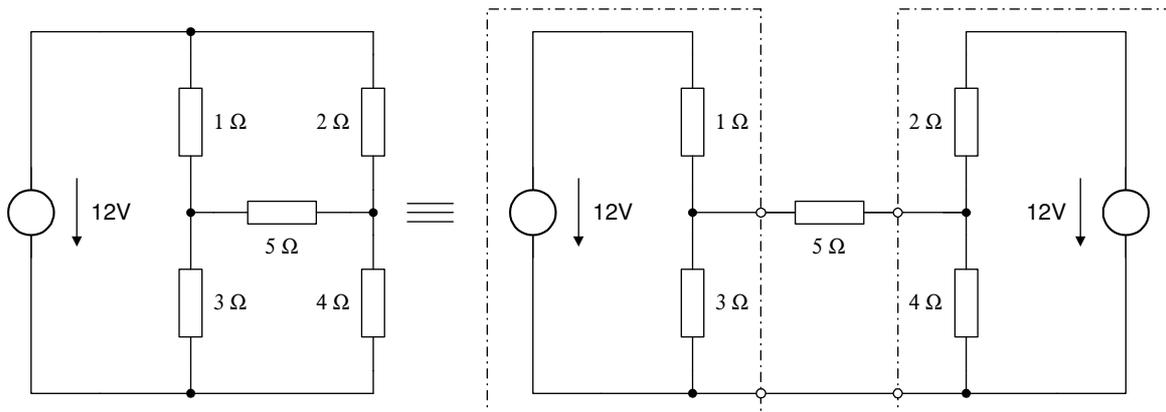
### Aufgabe 32

Bestimmen Sie mit einer Dreieck-Stern-Umwandlung den Eingangswiderstand des gegebenen Zweipols.



### Aufgabe 33

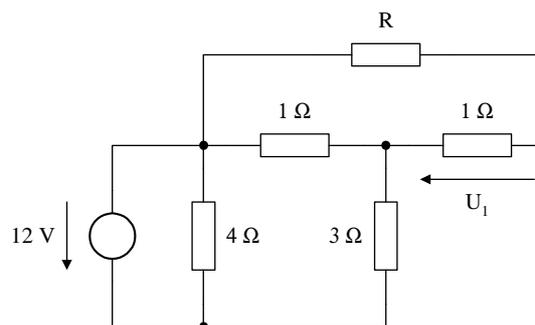
Die links gegebene Messbrückenschaltung kann wie gezeigt umgezeichnet werden.



Bestimmen Sie die Spannungen über den Widerständen, indem Sie die beiden Zweipole geeignet umwandeln.

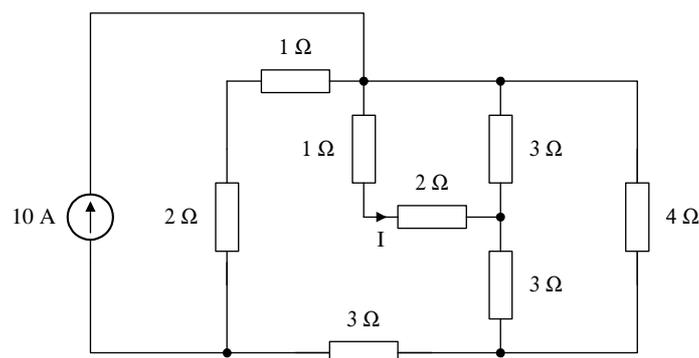
### Aufgabe 34

Wie gross muss der Widerstand R gewählt werden, damit die Spannung  $U_1 = 1\text{ V}$  wird?



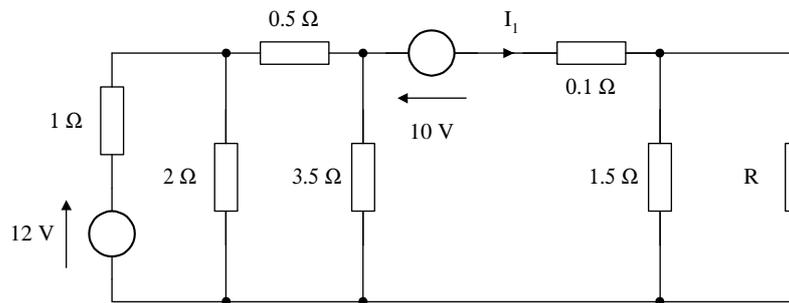
### Aufgabe 35

Berechnen Sie den Strom I.



### Aufgabe 36

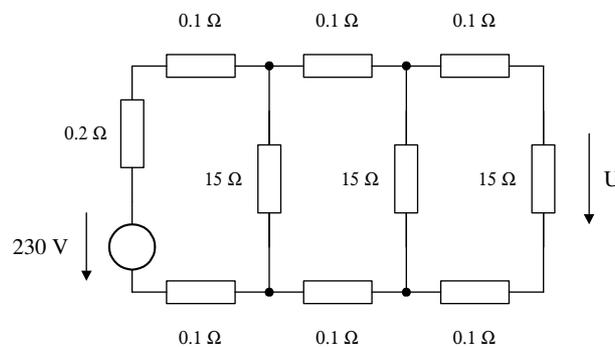
Wie gross muss der Widerstand R gewählt werden, damit der Strom  $I_1 = 2.8 \text{ A}$  wird?



**Tip:** Definieren Sie einen geeigneten Zweipol und vereinfachen Sie diesen.

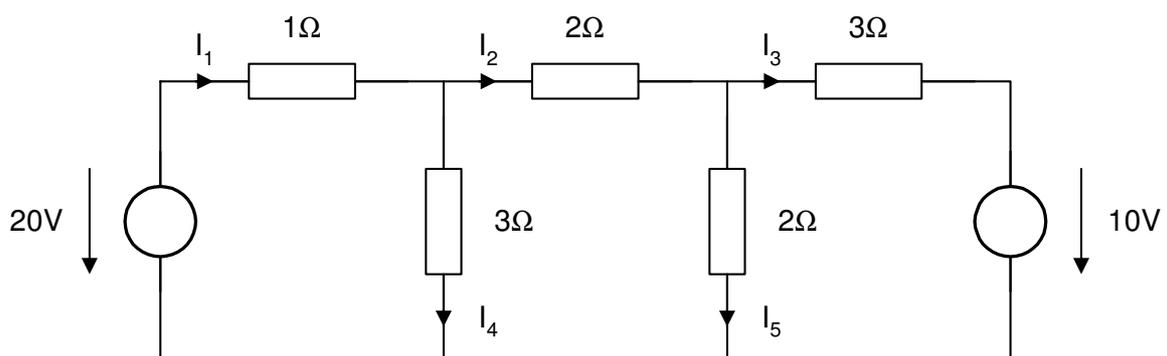
### Aufgabe 37

Berechnen Sie die Spannung U.



### Aufgabe 38

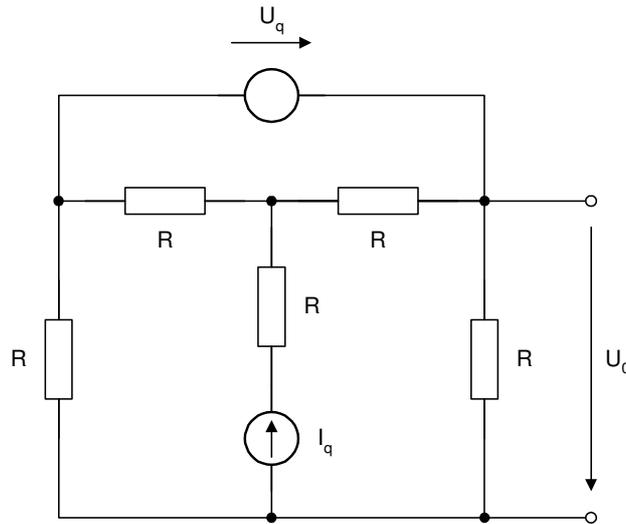
Analysieren Sie das folgende Netzwerk.



- Mit der Zweigstromanalyse.
- Mit der Maschenstromanalyse.

### Aufgabe 39

Bestimmen Sie die Spannung  $U_0$  mit Hilfe der Maschenanalyse.



### Aufgabe 40

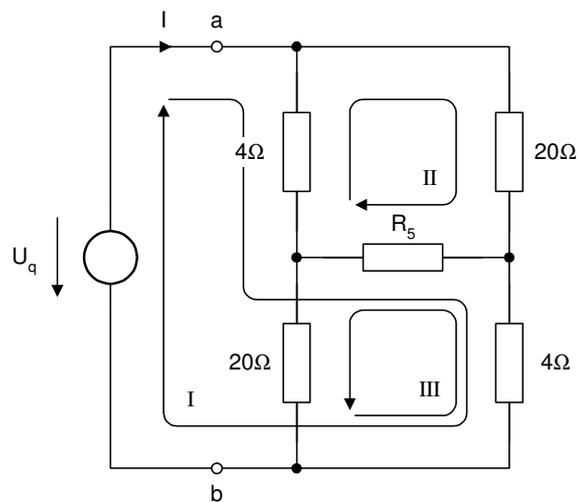
Wie gross muss  $R_5$  sein, damit für den Widerstand zwischen den Klemmen a und b

$$R_{ab} = \frac{U_q}{I}$$

gilt

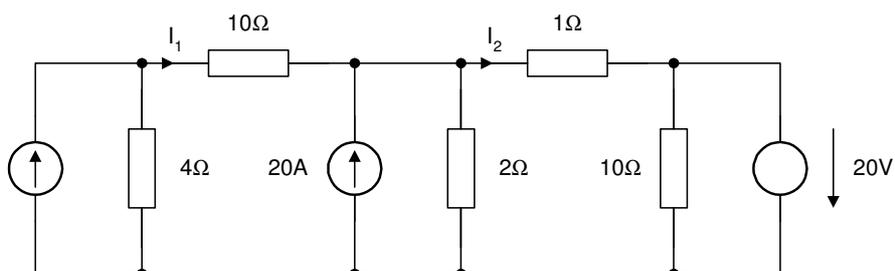
$$R_{ab} = 10\Omega ?$$

- Stellen Sie die Maschengleichungen mit den angegebenen Maschen auf.
- Zeigen Sie, dass  $I_{II} = I_{III}$  gilt und verwenden Sie diese Tatsache, um das Gleichungssystem zu vereinfachen.
- Lösen Sie das Gleichungssystem nach  $I = I_1$  auf. Wie gross ist  $R_{ab}$  in Funktion von  $R_5$  und welchen Wert muss  $R_5$  aufweisen, damit  $R_{ab} = 10\Omega$  gilt?

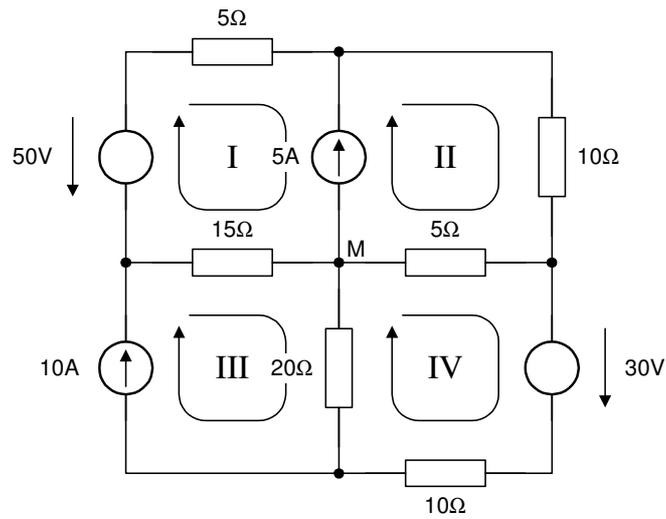


### Aufgabe 41

Bestimmen Sie die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  mit Hilfe der Maschenanalyse.



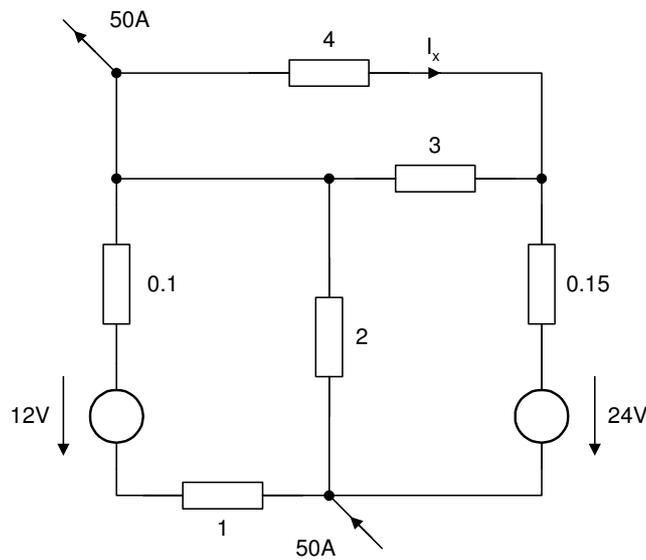
### Aufgabe 42



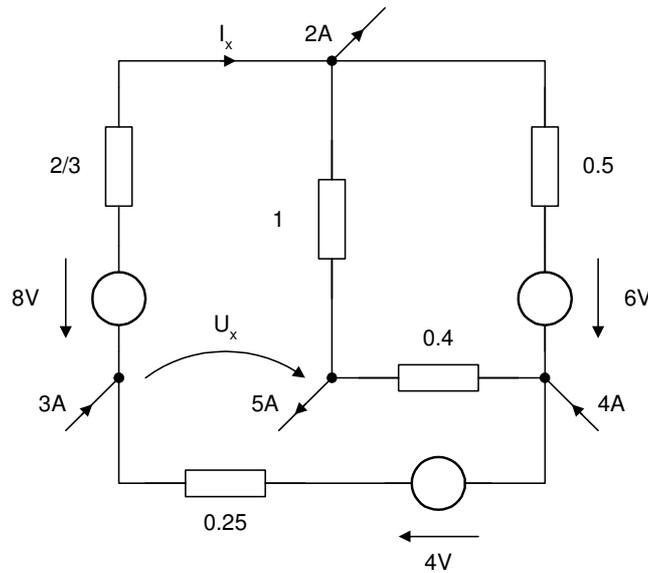
- Berechnen Sie die vier Maschenströme.
- Zeigen Sie, dass im Knoten M die Kirchhoffsche Knotenregel erfüllt ist.
- Welche Leistung wird von jeder Quelle geliefert?

### Aufgabe 43

Bestimmen Sie den Strom  $I_x$  mit Hilfe der Maschenanalyse.



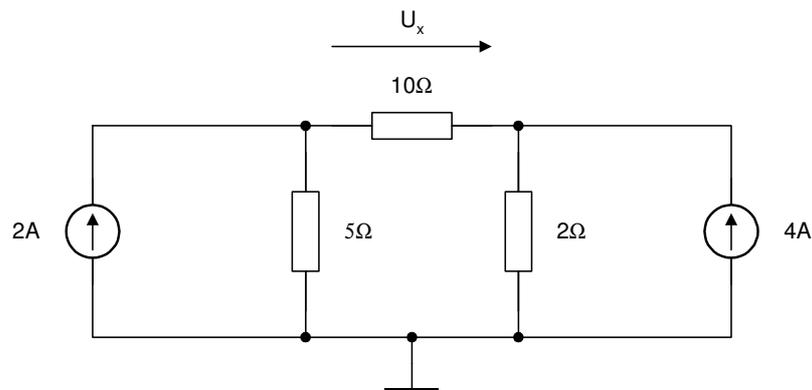
### Aufgabe 44



- a) Welche Leistungen liefern die drei Spannungsquellen?
- b) Berechnen Sie die Spannung  $U_x$ .

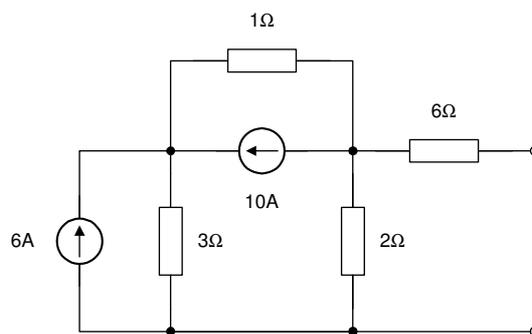
### Aufgabe 45

Bestimmen Sie mit Hilfe der Knotenpotentialanalyse die Spannung über dem  $10\Omega$ -Widerstand.



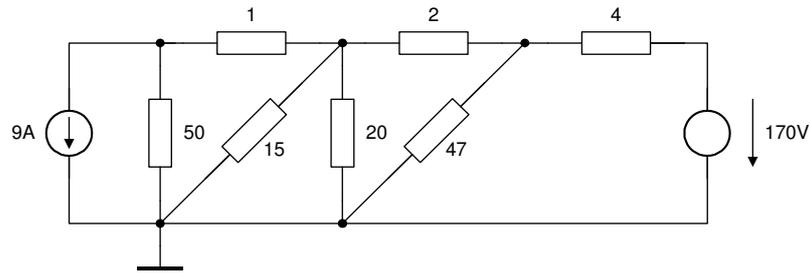
### Aufgabe 46

Bestimmen Sie die Leerlaufspannung des nachfolgenden Zweipols mit Hilfe der Knotenpotentialanalyse.



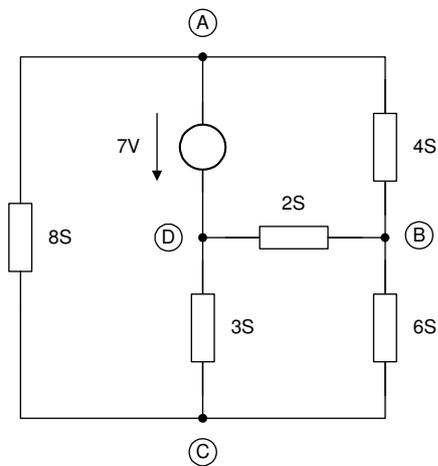
### Aufgabe 47

Berechnen Sie alle Knotenspannungen. Welche Leistungen liefern die beiden Quellen?



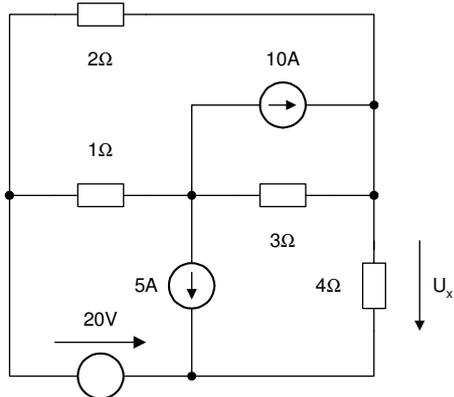
### Aufgabe 48

Bestimmen Sie mit Hilfe der Knotenpotentialanalyse die Knotenspannungen.

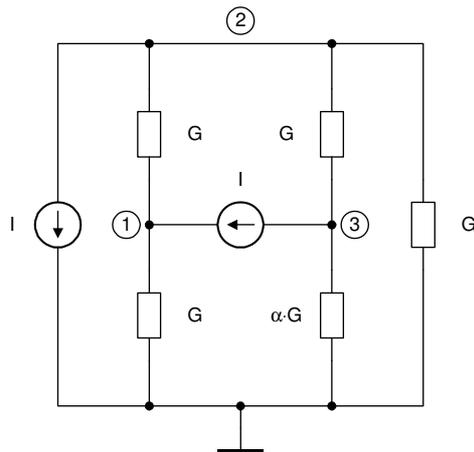


### Aufgabe 49

- Berechnen Sie die Spannung  $U_x$  mit Hilfe der Knotenpotentialanalyse.
- Gibt die Spannungsquelle Leistung ab oder verbraucht sie Leistung? Wie gross ist diese Leistung?

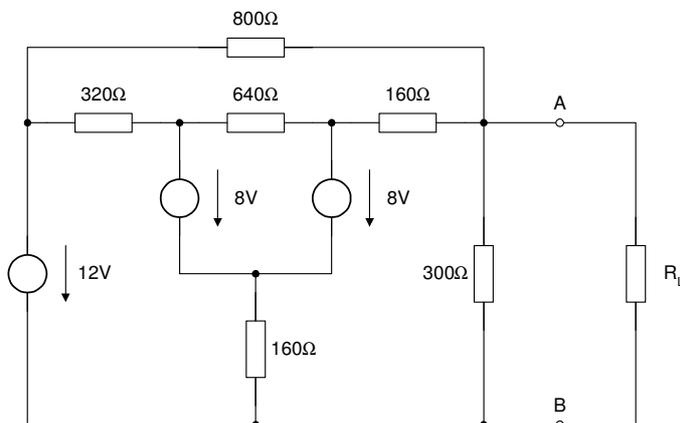


### Aufgabe 50



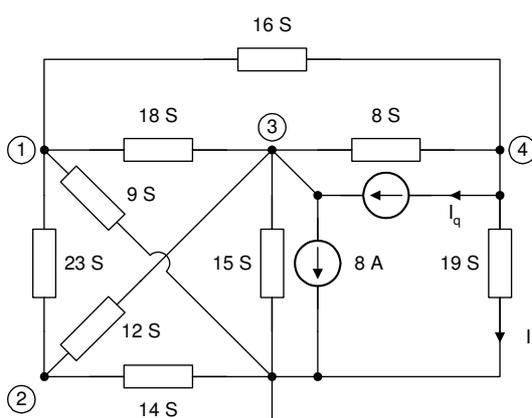
- a) Berechnen Sie allgemein die Spannung  $U_3$ .
- b) Berechnen Sie die Knotenspannungen  $U_1$ ,  $U_2$  und  $U_3$  mit  $G = 1 \text{ mS}$ ,  $I = 1 \text{ mA}$  und  $\alpha = 0.5$ .

### Aufgabe 51



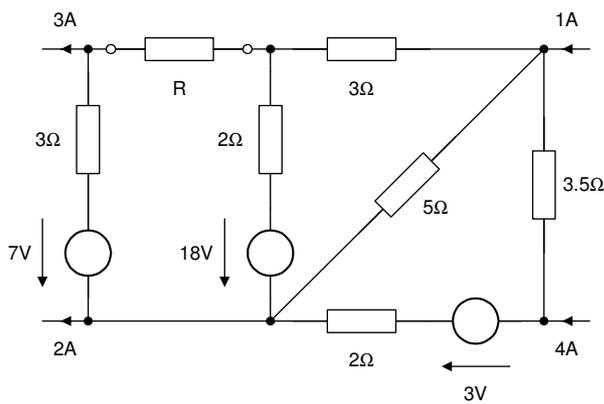
- a) Wie gross muss der Lastwiderstand  $R_L$  gewählt werden, damit er maximale Leistung aufnimmt?
- b) Wie gross ist diese maximale Leistung  $P_{\text{max}}$ ?

### Aufgabe 52



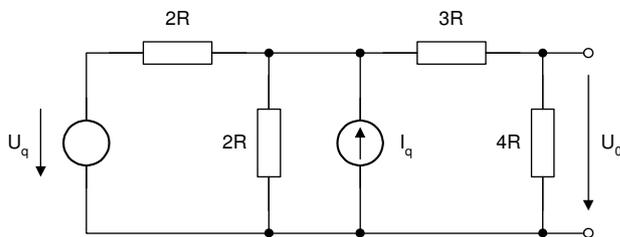
- a) Berechnen Sie die Knotenspannungen falls der Quellenstrom  $I_q = 3.2 \text{ A}$  ist.
- b) Wie lauten die Gleichungen, falls  $I_q$  nicht mehr konstant ist, sondern vielmehr gilt:  $I_q = 3 \cdot I$   
**Tip:** Beachten Sie, dass gilt:  $I = 19 \text{ S} \cdot U_4$ .

### Aufgabe 53



Wie gross muss der Widerstand  $R$  gewählt werden, damit durch ihn ein Strom von  $I = 2A$  fliesst?

### Aufgabe 54



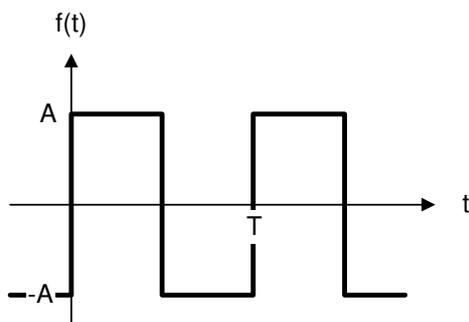
a) Berechnen Sie die Leerlaufspannung  $U_0$  und den Innenwiderstand  $R_i$  des nebenstehenden Zweipols mit Hilfe der Knotenanalyse.

b) Mit welchem Lastwiderstand  $R_L$  muss der Zweipol belastet werden, damit sich eine Klemmenspannung von

$$\frac{U_q}{12} + \frac{I_q \cdot R}{6}$$

einstellt?

### Aufgabe 55



a) Wie gross ist der arithmetische Mittelwert der Funktion  $f(t)$ ?

b) Das Signal  $f(t)$  durchläuft einen Einweggleichrichter. Skizzieren Sie das Ausgangssignal und geben Sie dessen Mittelwert an.

c) Das Signal  $f(t)$  durchläuft einen Zweiweggleichrichter. Skizzieren Sie das Ausgangssignal und geben Sie dessen Mittelwert an

## Aufgabe 56

Gegeben ist eine sinusförmige Spannung

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

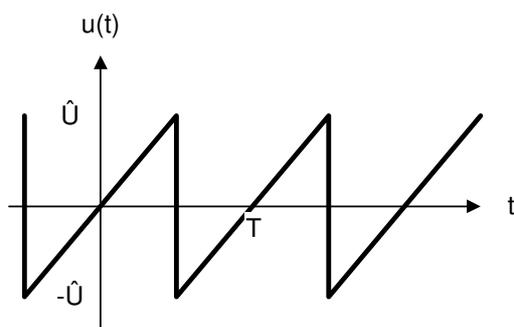
- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf von  $u(t)$ .
- Überprüfen Sie, dass

$$U(t) = -\frac{\hat{U}}{2\pi} \cdot T \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

eine Stammfunktion von  $u(t)$  ist.

- Die Spannung  $u(t)$  wird an den Eingang eines Brückengleichrichters gegeben. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Ausgangssignals.
- Berechnen Sie den Gleichrichtmittelwert der Spannung  $u(t)$ .
- Wie verändert sich der Mittelwert des Ausgangssignals, wenn statt des Brückengleichrichters ein Einweggleichrichter verwendet wird?

## Aufgabe 57

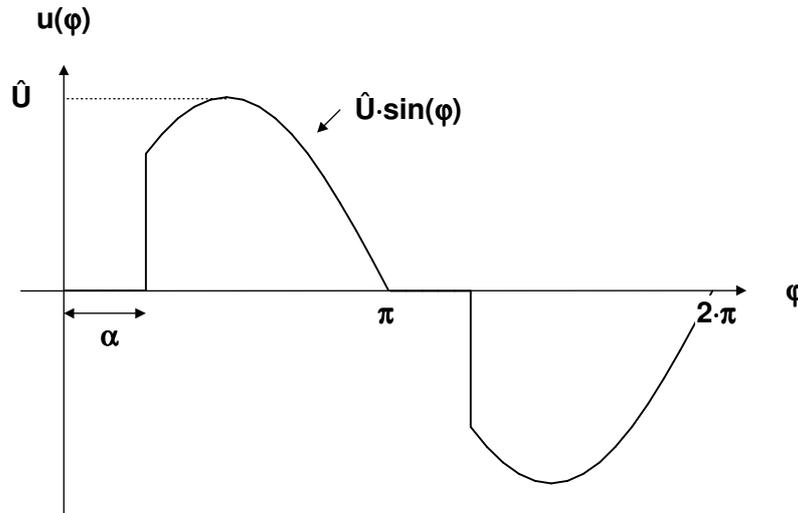


- Die nebenstehende Spannung  $u(t)$  wird auf einen Widerstand  $R$  gegeben. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf  $p(t)$  der Leistung.
- Berechnen Sie den Mittelwert  $P$  der Leistung.  
**Tipp:** Betrachten Sie die Periode zwischen  $-T/2$  und  $+T/2$ .
- Welche Gleichspannung müssen Sie an den Widerstand  $R$  anlegen, damit die gleiche Leistung verbraucht wird?

**Tipp:**

Die Stammfunktion von  $u(t) = \left[\frac{2 \cdot \hat{U}}{T} \cdot t\right]^2$  ist  $U(t) = \frac{4 \cdot \hat{U}^2}{T^2} \cdot \frac{t^3}{3}$ .

## Aufgabe 58

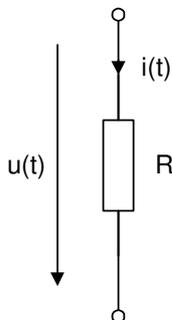


- a) Berechnen Sie den Gleichrichtmittelwert von  $u(\varphi)$ .  
 b) Berechnen Sie den Effektivwert von  $u(\varphi)$ .

**Tipps:** Die Stammfunktion von  $\hat{U} \cdot \sin(\varphi)$  ist  $U(\varphi) = -\hat{U} \cdot \cos(\varphi)$ .

$$\text{Die Stammfunktion von } [\hat{U} \cdot \sin(\varphi)]^2 \text{ ist } U(\varphi) = \frac{\hat{U}^2}{2} \cdot \left( \varphi - \frac{\sin(2 \cdot \varphi)}{2} \right).$$

## Aufgabe 59

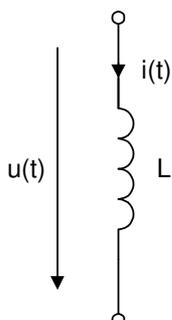


Die Spannung über einem ohmschen Widerstand  $R = 10 \Omega$  betrage

$$u(t) = 10\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t)$$

- a) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung, des Stroms und der Leistung.  
 b) Welche Wirkleistung wird im Widerstand umgesetzt?

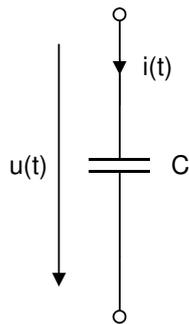
## Aufgabe 60



Wir betrachten einen zweiten Zweipol, eine sogenannte Induktivität (ideale Spule). Über dem Zweipol liegt die gleiche Spannung wie in Aufgabe 59 an. Der Strom durch die Induktivität beträgt dann

$$i(t) = 1\text{A} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

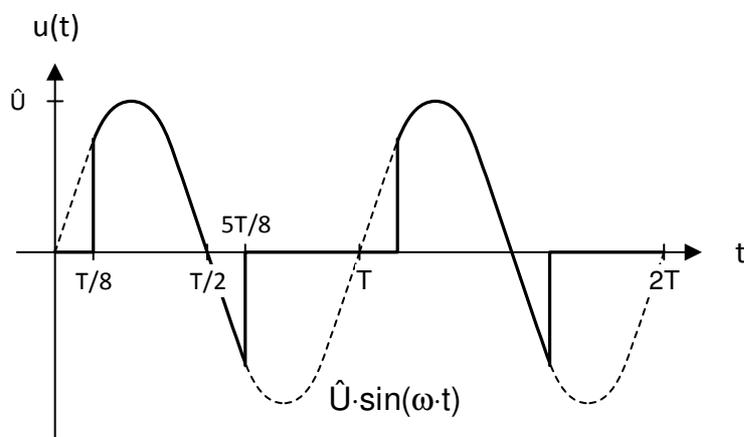
- a) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung, des Stroms und der Leistung.  
 b) Welche Wirkleistung wird in der Induktivität umgesetzt?

**Aufgabe 61**

Wir betrachten einen dritten Zweipol, eine sogenannten Kapazität (idealer Kondensator). Wiederum liegt die gleiche Spannung wie in Aufgabe 59 an. Der Strom durch die Kapazität beträgt dann

$$i(t) = 1\text{A} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung, des Stroms und der Leistung.
- Welche Wirkleistung wird in der Kapazität umgesetzt?

**Aufgabe 62**

Berechnen Sie vom nebenstehenden periodischen Signal

- den Mittelwert  $\overline{u(t)}$
- den Einweg-Gleichrichtwert  $\overline{u_{\text{EG}}(t)}$
- den Gleichrichtwert  $\overline{|u(t)|}$
- den Effektivwert  $U$
- Scheitelfaktor
- Formfaktor
- Welchen Wert zeigt ein Drehspulinstrument mit vorgeschaltetem

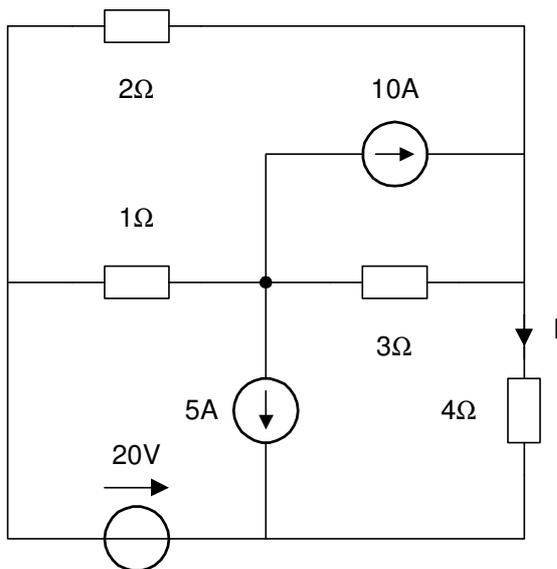
Brückengleichrichter an?

**Tipp:** Eine Stammfunktion von  $\hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$  ist  $U(t) = -\frac{\hat{U}}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ .

Eine Stammfunktion von  $[\hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)]^2$  ist  $U(t) = \frac{\hat{U}^2}{2 \cdot \omega} \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{\sin(2 \cdot \omega \cdot t)}{2}\right)$

Beachten Sie, dass  $\omega \cdot T = 2 \cdot \pi$  gilt.

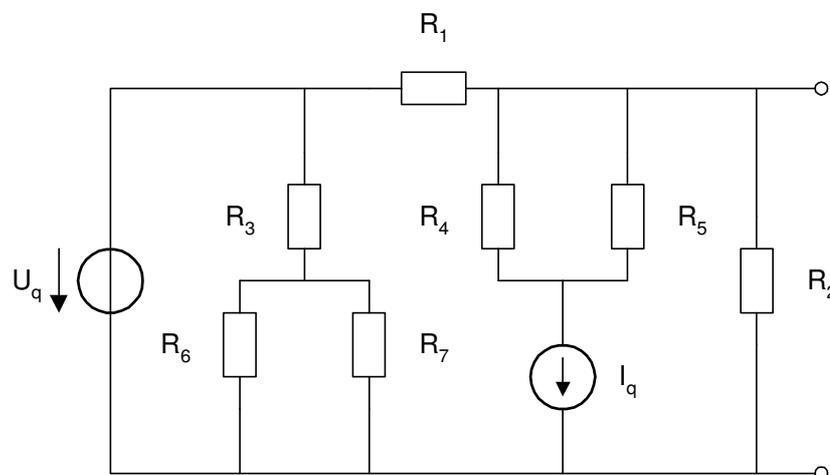
### Aufgabe 63



Berechnen Sie den Strom  $I$  im nebenstehenden Netzwerk.

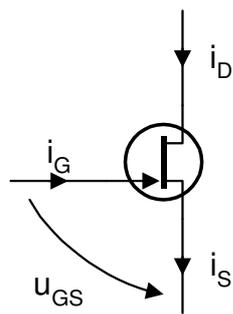
### Aufgabe 64

- a) Bestimmen Sie vom nachfolgenden Zweipol den Innenwiderstand  $R_i$ , die Leerlaufspannung  $U_0$  und den Kurzschlussstrom  $I_k$ .



- b) Geben Sie die numerischen Werte für  $R_i$ ,  $U_0$  und  $I_k$  an, falls  $U_q = 10 \text{ V}$ ,  $I_q = 10 \text{ mA}$  und  $R_1 = R_2 = \dots = R_7 = 1 \text{ k}\Omega$ .
- c) An den gegebenen Zweipol wird eine reale Spannungsquelle (Leerlaufspannung  $U_1 = 12 \text{ V}$ , Innenwiderstand  $R_{i1} = 2 \text{ k}\Omega$ ) angeschlossen. Berechnen Sie die vom Zweipol verbrauchte, resp. erzeugte Leistung.

## Aufgabe 65



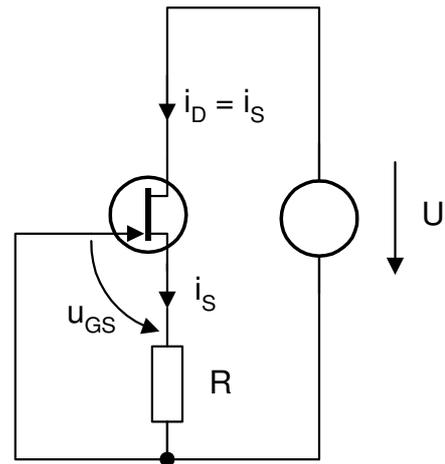
Im Bereich  $u_p \leq u_{GS} \leq 0$  gelten für die Ströme im Feldeffekttransistor (FET) folgende Beziehungen:

$$i_S = i_D = i_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{u_{GS}}{u_p}\right)^2$$

$$i_G = 0$$

Wir betrachten einen FET mit folgenden Parametern:  $u_p = -4 \text{ V}$ ,  $i_{DSS} = 10 \text{ mA}$ .

- Zeichnen Sie graphisch den Zusammenhang zwischen  $i_S$  und  $u_{GS}$  auf.
- Bestimmen Sie für die nebenstehende Schaltung graphisch den Strom  $i_S$  für  $R = 220 \Omega$ . (Lassen Sie sich nicht verwirren, der Strom hängt nicht von  $U$  ab!)



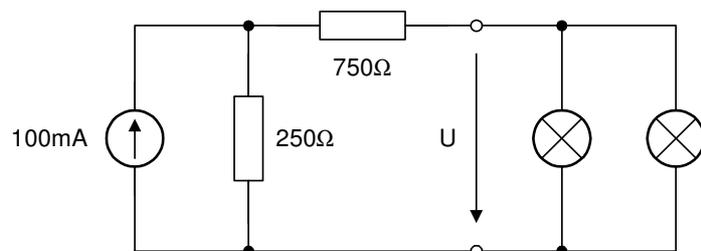
## Aufgabe 66

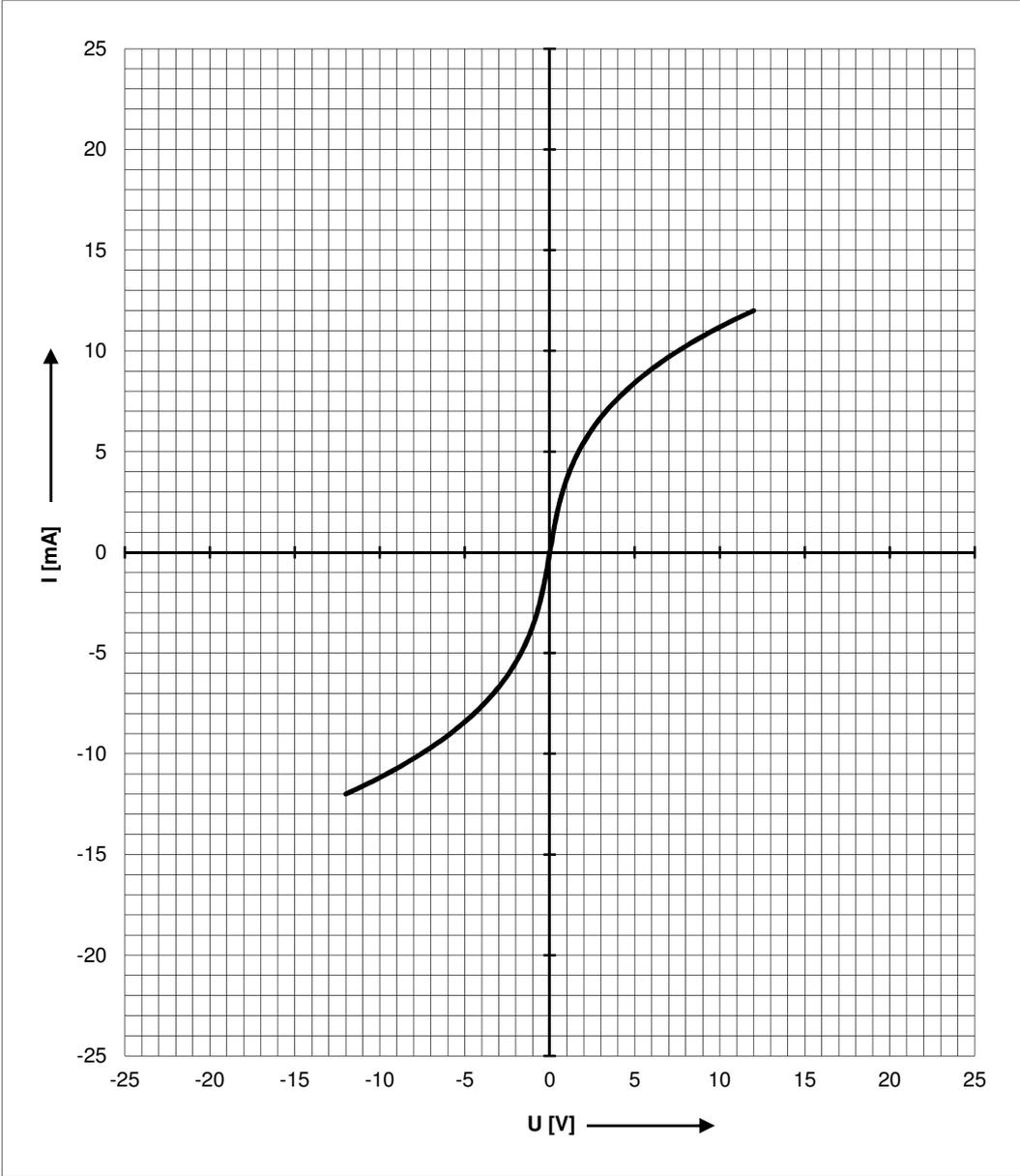
Als Beilage ist die Kennlinie einer Glühlampe gegeben.

- Skizzieren Sie die Kennlinie des Zweipols, der aus der Parallelschaltung zweier solcher Glühlampen besteht.

Die beiden Glühlampen werden gemäss nebenstehender Schaltung mit einem zweiten Zweipol zusammengeschaltet.

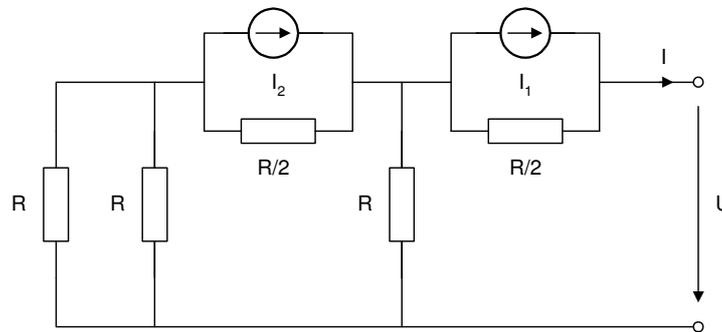
- Bestimmen Sie graphisch die Spannung  $U$ , die sich über den beiden Glühlampen einstellt.
- Auf welchen Wert muss der Strom der Stromquelle geändert werden, damit die Spannung über den Glühlampen  $6 \text{ V}$  beträgt?



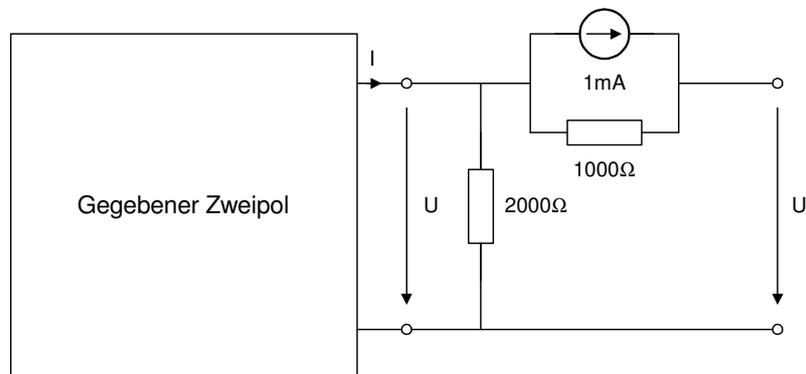


### Aufgabe 67

- a) Bestimmen Sie vom nachfolgenden Zweipol den Innenwiderstand  $R_i$ , die Leerlaufspannung  $U_0$  und den Kurzschlussstrom  $I_k$ .

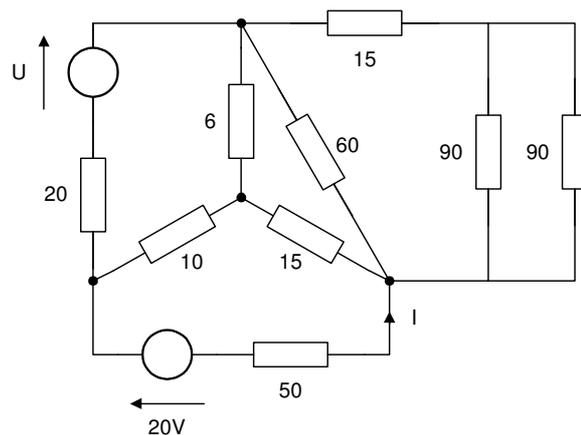


- b) Geben Sie die numerischen Werte für  $R_i$ ,  $U_0$  und  $I_k$  an, falls  $R = 2000 \Omega$  und  $I_1 = I_2 = 1 \text{ mA}$ .  
 c) Der gegebene Zweipol wird durch die unten angegebene Schaltung erweitert. Berechnen Sie die Spannung  $U_x$ .



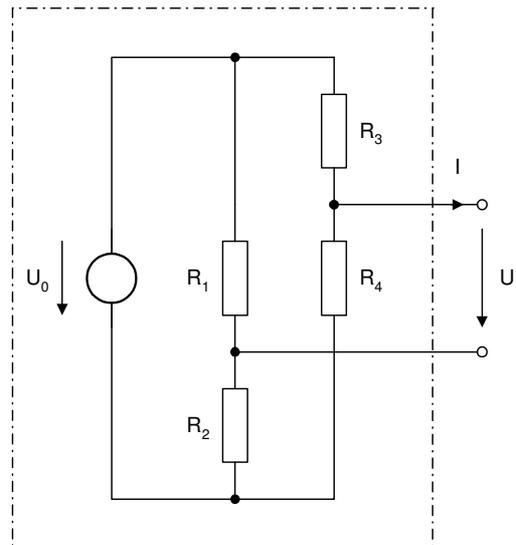
### Aufgabe 68

- a) Berechnen Sie den Strom  $I$  für den Fall  $U = 0 \text{ V}$ .  
 b) Berechnen Sie den Strom  $I$  für den Fall  $U = 20 \text{ V}$ .



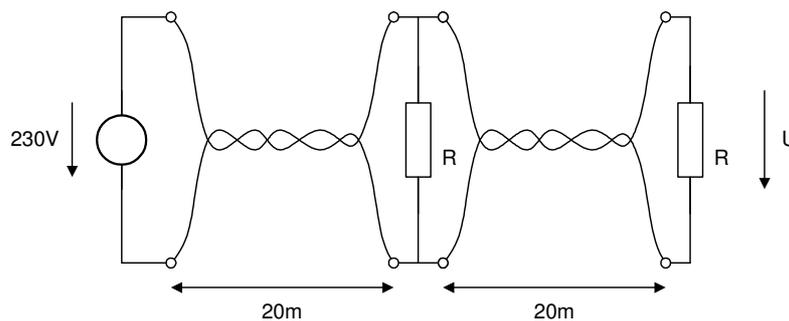
## Aufgabe 69

- Bestimmen Sie eine möglichst einfache Ersatzschaltung für den gegebenen Zweipol. Geben Sie die Werte der Ersatzschaltung in Funktion von  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  und  $U_0$  an.
- Welche Bedingung muss gelten, damit die Leerlaufspannung des Zweipols gleich Null ist?
- Gegeben sind  $R_1 = R_4 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$  und  $U_0 = 20 \text{ V}$ . Skizzieren Sie die Kennlinie des Zweipols.
- Der Zweipol wird mit einem Widerstand von  $R_L = 3 \text{ k}\Omega$  belastet. Welche Spannung stellt sich an den Klemmen des Zweipols ein? (Graphische Lösung erlaubt).



## Aufgabe 70

Zwei elektrische Verbraucher mit einer Nennleistung von  $P = 5 \text{ kW}$  werden mit zwei Kupferkabeln ( $\rho_{\text{Cu}} = 0.018 \text{ }\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ) der Länge  $\ell = 20 \text{ m}$  an eine Spannungsquelle von  $U_0 = 230 \text{ V}$  geschaltet. Die Querschnittsfläche der Kabel beträgt  $A = 1 \text{ mm}^2$ .

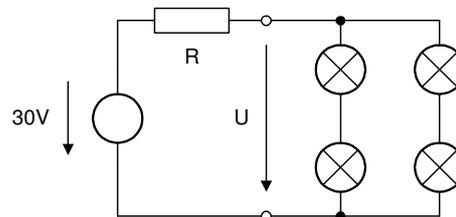


- Berechnen Sie den Nennwiderstand  $R$  der elektrischen Verbraucher.
- Welche Spannung  $U$  messen Sie über dem zweiten Verbraucher?
- Durch die Belastung erhöht sich die Temperatur der beiden Kabel von  $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$  auf  $\vartheta_2 = 120^\circ\text{C}$ . Welche Spannung  $U$  messen Sie nun über dem zweiten Verbraucher? ( $\alpha_{\text{Cu}} = 0.004 \cdot 1/^\circ\text{C}$ )

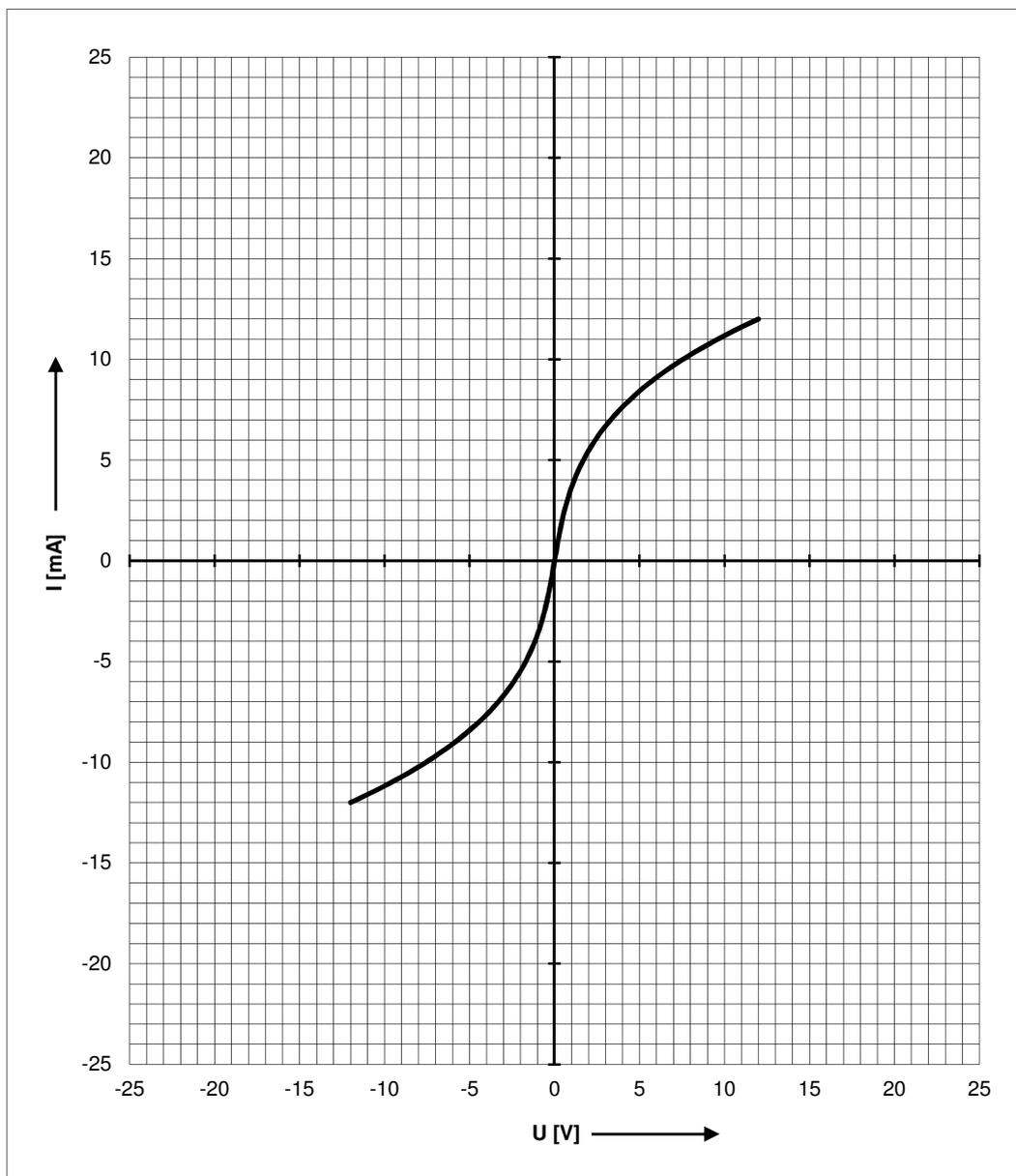
## Aufgabe 71

Als Beilage ist die Kennlinie einer Glühlampe gegeben.

- Skizzieren Sie die Kennlinie des Zweipols, der aus der nebenstehenden Zusammenschaltung von vier solchen Glühlampen besteht.
- Wie gross muss in der nachfolgenden Schaltung der Widerstand  $R$  gewählt werden, damit sich über den vier Glühlampen eine Spannung von  $U = 12\text{ V}$  einstellt?

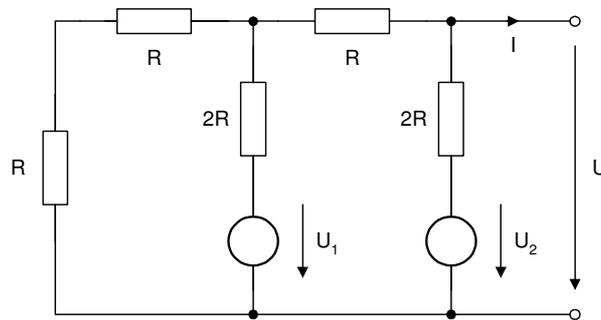


- Eine der vier Glühlampen brennt durch. Welche Spannung  $U$  stellt sich nun über den vier Glühlampen ein?

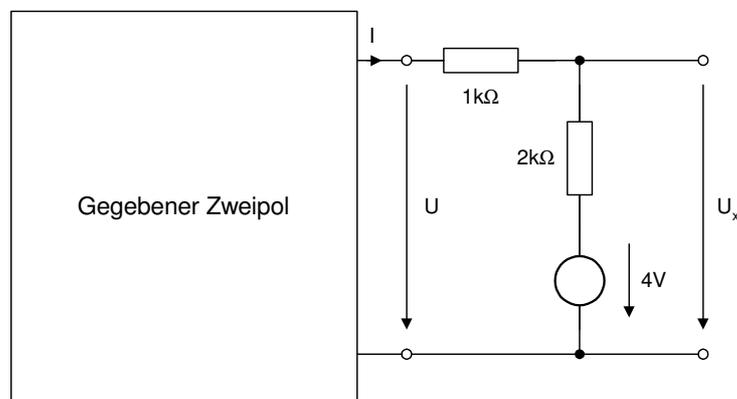


### Aufgabe 72

- a) Bestimmen Sie vom nachfolgenden Zweipol den Innenwiderstand  $R_i$ , die Leerlaufspannung  $U_0$  und den Kurzschlussstrom  $I_k$ .

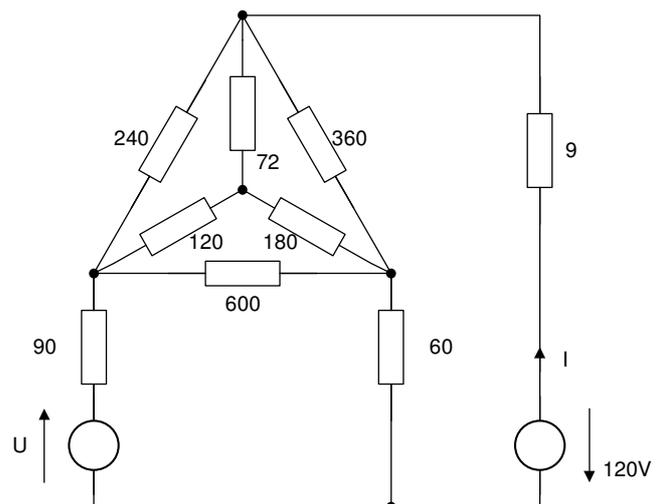


- b) Geben Sie die numerischen Werte für  $R_i$ ,  $U_0$  und  $I_k$  an, falls  $R = 1000 \Omega$  und  $U_1 = U_2 = 4 \text{ V}$ .  
 c) Der gegebene Zweipol wird durch die unten angegebene Schaltung erweitert. Berechnen Sie die Spannung  $U_x$ .



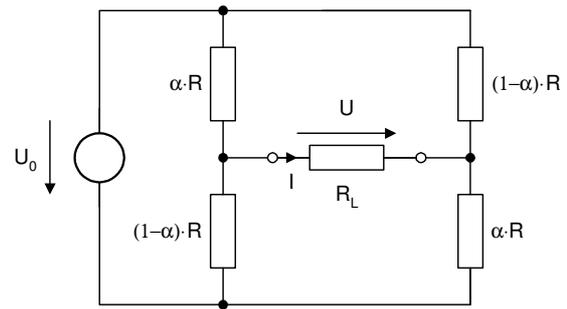
### Aufgabe 73

- a) Berechnen Sie den Strom  $I$  für den Fall  $U = 0 \text{ V}$ .  
 b) Berechnen Sie den Strom  $I$  für den Fall  $U = 120 \text{ V}$ .



## Aufgabe 74

- Berechnen Sie für die nebenstehende Schaltung die Spannung  $U$  für den Fall, dass  $R_L = \infty \Omega$ . Geben Sie diese Spannung in Funktion von  $U_0$ ,  $\alpha$  und  $R$  an.
- Berechnen Sie den Strom, der durch  $R_L$  fließt für den Fall, dass  $R_L = 0 \Omega$ . Geben Sie diesen Strom in Funktion von  $U_0$ ,  $\alpha$  und  $R$  an.
- Gegeben sind  $R = 8 \text{ k}\Omega$ ,  $U_0 = 120 \text{ V}$  und  $\alpha = 0.25$ . Wie gross sind die unter a) und b) berechneten Grössen?
- Welche Spannung stellt sich über  $R_L$  ein, für den Fall, dass  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ ?



## Aufgabe 75

Der Widerstand eines Metalldrahts mit dem Durchmesser  $d = 0.5 \text{ mm}$  und der Länge  $\ell = 50 \text{ m}$  wird bei der Temperatur  $\vartheta_1 = 50^\circ\text{C}$  gemessen. Die Messung ergibt  $R_{50} = 36.60 \Omega$ . Bei der Temperatur  $\vartheta_2 = 100^\circ\text{C}$  misst man beim selben Draht einen Widerstand von  $R_{100} = 44.56 \Omega$ .

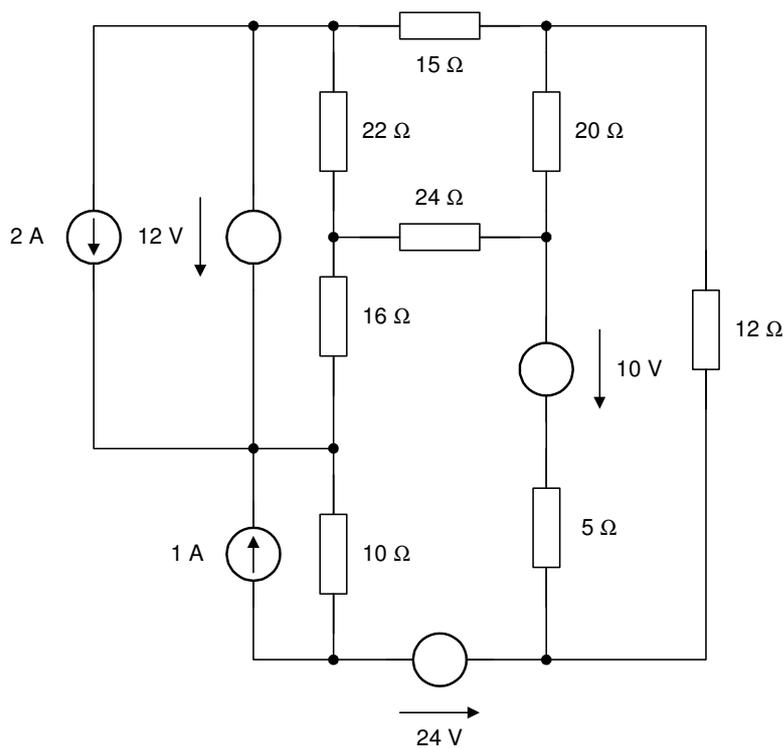
- Berechnen Sie den Temperaturkoeffizienten  $\alpha_{20}$  des verwendeten Metalls bezogen auf  $\vartheta_0 = 20^\circ$ .
- Welchen Widerstand  $R_{20}$  würde man bei  $\vartheta_0 = 20^\circ$  messen?
- Welchen spezifischen Widerstand  $\rho$  weist das verwendete Metall bei einer Temperatur von  $\vartheta_0 = 20^\circ$  auf?

Ein Stück dieses Metalldrahts soll dazu verwendet werden, den Messbereich eines Ampèremeters zu erweitern. Das Anzeigeelement hat einen Innenwiderstand von  $R_i = 1 \text{ k}\Omega$ , dessen Zeiger schlägt bei einem Strom von  $I_{\text{Anzeige}} = 0.1 \text{ mA}$  voll aus.

- Welcher Widerstand muss zum Anzeigeelement parallel geschaltet werden, damit ein Strom von  $I_{\text{Mess}} = 10 \text{ mA}$  zum Vollausschlag führt?
- Welche Länge muss vom oben beschriebenen Draht abgeschnitten werden, damit das Drahtstück bei  $\vartheta_0 = 20^\circ$  gerade den notwendigen Widerstand besitzt?

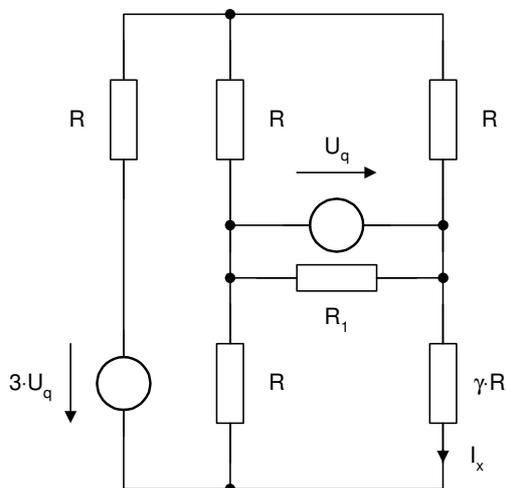
**Tipp:** Falls Sie c) nicht gelöst haben, verwenden Sie  $\rho = 0.15 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ .

### Aufgabe 76



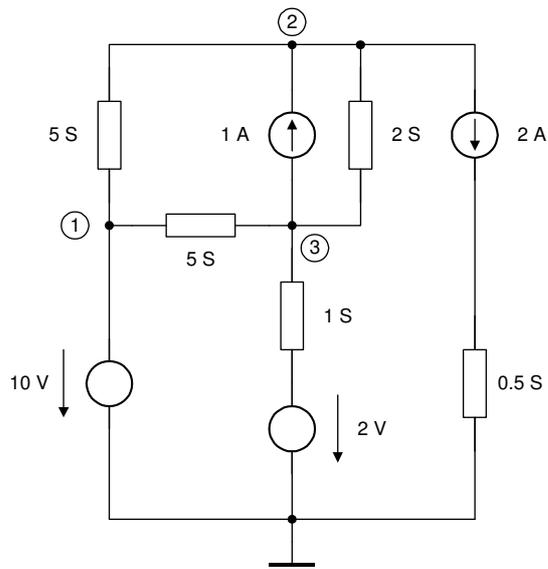
- a) Berechnen Sie den Strom, welcher durch die 10 V-Quelle fließt.
- b) Berechnen Sie die Leistung der 10 V-Quelle. Wird diese Leistung von der Quelle erzeugt oder verbraucht?

### Aufgabe 77



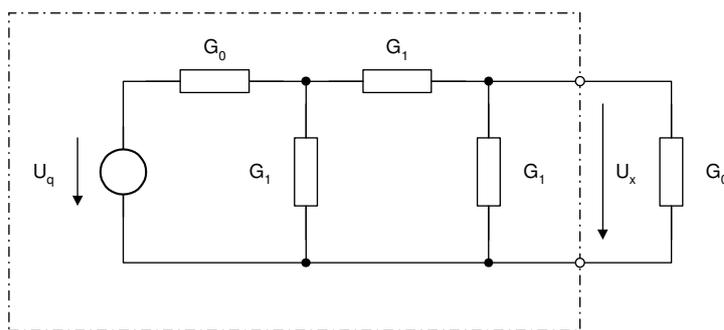
- a) Bestimmen Sie allgemein den Strom  $I_x$ .
- b) Gegeben sind nun die Werte  $U_q = 10 \text{ V}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$  und  $\gamma = 0.2$ . Welche Leistungen liefern die beiden Spannungsquellen?

## Aufgabe 78



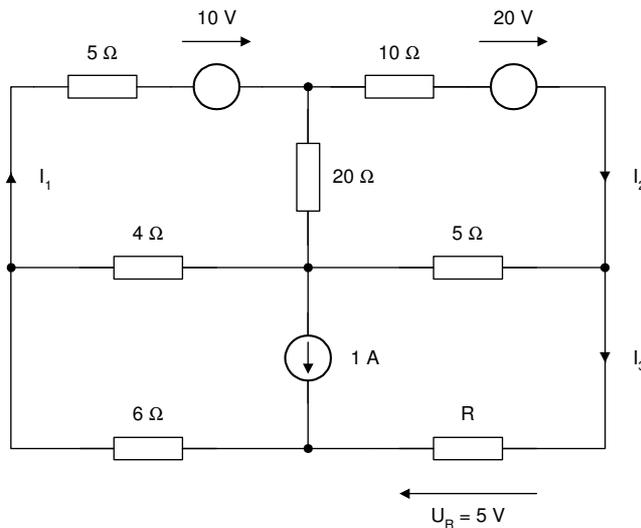
- a) Berechnen Sie die Spannungen der Knoten ①, ② und ③ in der nebenstehenden Schaltung.
- b) Welcher Leitwert (in Siemens) muss zwischen den Knoten ② und die Masse geschaltet werden, damit sich die in a) berechnete Spannung am Knoten ② halbiert?

## Aufgabe 79



- a) Berechnen Sie allgemein die Spannung  $U_x$ .
- Achtung:**  $G_0$  und  $G_1$  bezeichnen Leitwerte.
- b) Welchen Innenleitwert weist der skizzierte Zweipol auf, falls  $G_1 = \frac{G_0}{\sqrt{3}}$  gilt?
- c) Wie gross ist die Spannung  $U_x$  für den unter b) beschriebenen Fall?

## Aufgabe 80

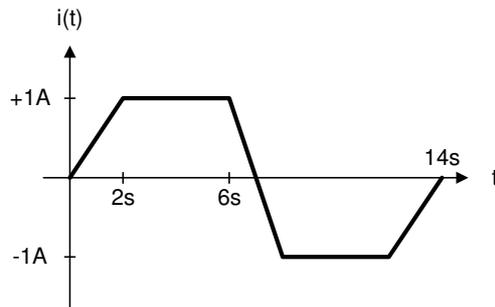


- Formen Sie das nebenstehende Netzwerk so um, dass die Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  als Maschenströme gewählt werden können.
- Stellen Sie die Maschenstromgleichungen auf.
- Wie gross muss der Widerstand  $R$  gewählt werden, damit die Spannung  $U_R$  über ihm 5 Volt beträgt?

**Tipp:** Beachten Sie, dass gilt:  $U_R = I_3 \cdot R$

## Aufgabe 81

Gegeben ist der Strom  $i(t)$  durch eine Induktivität mit  $L = 1\text{H}$ .



- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung über der Induktivität.

## Aufgabe 82

Der in Aufgabe 1 gegebene Strom fliesse durch eine Kapazität mit  $C = 1\text{F}$ .

- Berechnen Sie die Spannung über der Kapazität zu den Zeitpunkten  $t_1 = 2\text{s}$ ,  $t_2 = 6\text{s}$ ,  $t_3 = 7\text{s}$ ,  $t_4 = 8\text{s}$ ,  $t_5 = 12\text{s}$  und  $t_6 = 14\text{s}$ . Die Spannung zur Zeit  $t = 0$  betrage  $u(0) = 10\text{V}$ .
- Skizzieren Sie grob den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u(t)$ .

## Aufgabe 83

Wir nehmen an, dass sich der in Aufgabe 82 gegebene Strom periodisch fortsetzt.

- Berechnen Sie den Effektivwert des Stroms.
- Welche Wirkleistung wird in einem Widerstand mit  $R = 1\Omega$  umgesetzt, wenn dieser mit dem gegebenen Strom  $i(t)$  durchflossen wird?
- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Leistung  $p(t)$ , für den Fall, dass der gegebene Strom durch eine Induktivität mit  $L = 1\text{H}$  fliesst. Wie gross ist die Wirkleistung?

**Tipp:**

$$\int_0^{t_0} (k \cdot t)^2 dt = k^2 \cdot \frac{t_0^3}{3}$$

## Aufgabe 84

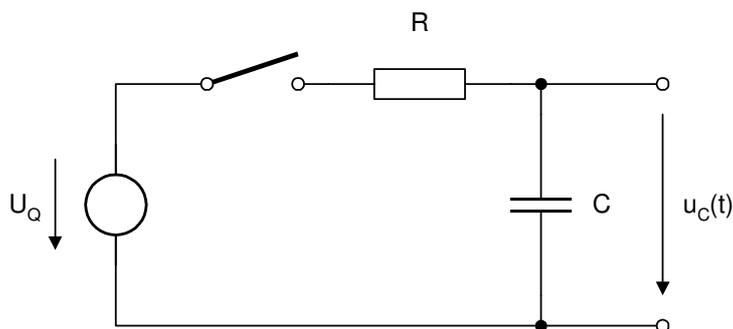
Gegeben ist der zeitliche Verlauf der Spannung  $u(t)$  über einem Zweipol:

$$u(t) = 15\text{V} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 1\text{kHz} \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms, der Leistung und berechnen Sie die Wirkleistung,

- falls es sich beim Zweipol um einen ohmschen Widerstand mit  $R = 100 \Omega$  handelt,
- falls es sich beim Zweipol um eine Induktivität mit  $L = 20 \text{ mH}$  handelt,
- falls es sich beim Zweipol um eine Kapazität mit  $C = 2 \mu\text{F}$  handelt.

## Aufgabe 85



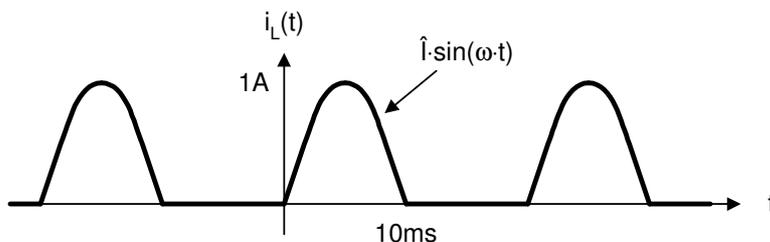
Wird der Schalter in der obigen Schaltung zum Zeitpunkt  $t = 0$  geschlossen, so beobachtet man folgenden Spannungsverlauf über der Kapazität:

$$u_C(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U_Q \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) & t \geq 0 \end{cases}$$

- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf von  $u_C(t)$  für  $U_Q = 10 \text{ V}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$  und  $C = 1 \mu\text{F}$ .
- Berechnen und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms durch die Kapazität. Wie gross ist dieser Strom für  $t = 0 \text{ s}$  und für  $t \rightarrow \infty$ ?
- Berechnen und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_R(t)$  über dem Widerstand.
- Skizzieren Sie die Summe  $u_C(t) + u_R(t)$ .

## Aufgabe 86

Ein Einweg-gleichgerichteter Sinusstrom  $i_L(t)$  fliesst durch eine Induktivität  $L = 10 \text{ mH}$ .



- Berechnen Sie die Spannung über der Induktivität. Skizzieren Sie deren zeitlichen Verlauf.
- Wie gross ist der Effektivwert der Spannung?

### Aufgabe 87

Geben Sie für die nachfolgenden Spannungsverläufe die dazugehörigen komplexen Effektivwerte an:

a)  $u(t) = 3V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4}\right) - 5V \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{3}\right)$

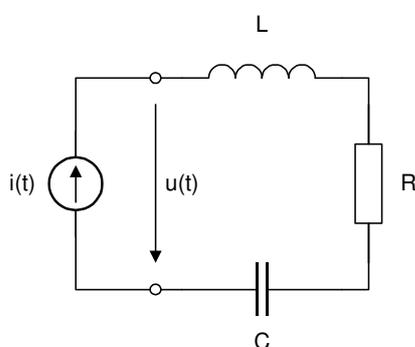
b)  $u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \hat{U} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) + \hat{U} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{4\pi}{3}\right)$

Geben Sie für die nachfolgenden komplexen Effektivwerte die entsprechenden Spannungsverläufe an:

c)  $\underline{U} = 8V + j \cdot 4V + j^2 \cdot 2V + j^3 \cdot 1V$

d)  $\underline{U} = U \cdot \left( e^{j\varphi} - \frac{1}{e^{j\varphi}} \right)$

### Aufgabe 88



Die Stromquelle speist die nebenstehende Schaltung mit

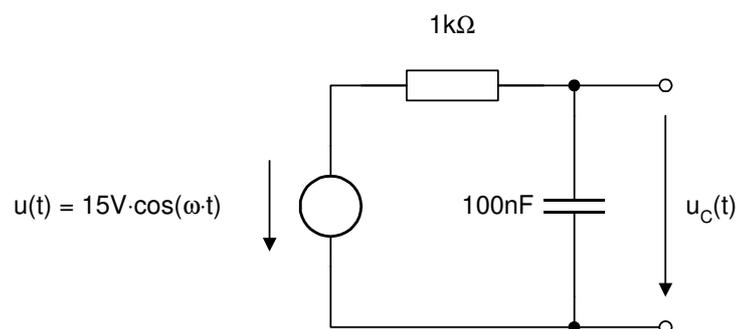
$$i(t) = 3A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t).$$

Die Spannung  $u(t)$  ergibt sich aus der Summe der Spannungen über den einzelnen Bauelementen:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_C(t) + u_R(t) + u_L(t) \\ &= \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \end{aligned}$$

- a) Geben Sie den komplexen Effektivwert des Stroms an.
- b) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u(t)$  mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung ( $R = 10 \Omega$ ,  $L = 50 \text{ mH}$ ,  $C = 100 \text{ nF}$ ).

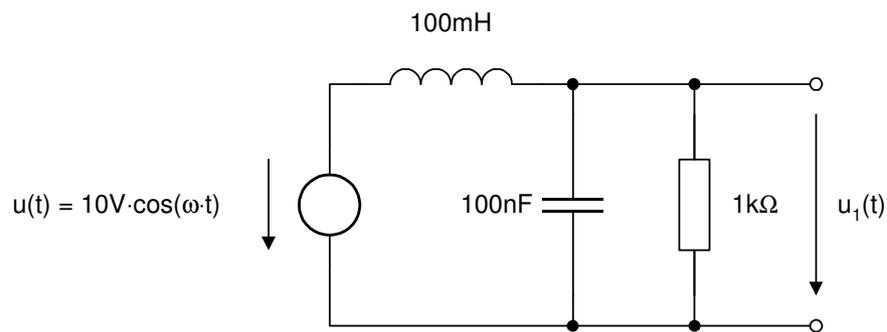
### Aufgabe 89



Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_C(t)$  bei den Frequenzen

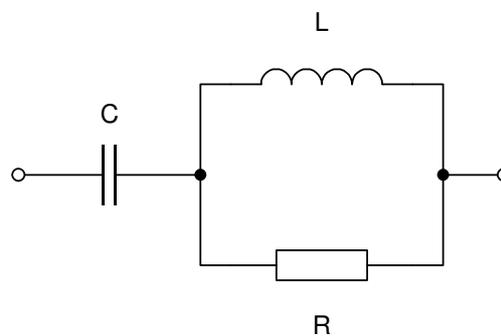
- a)  $f_1 = 100 \text{ Hz}$
- b)  $f_2 = 10 \text{ kHz}$ .

## Aufgabe 90



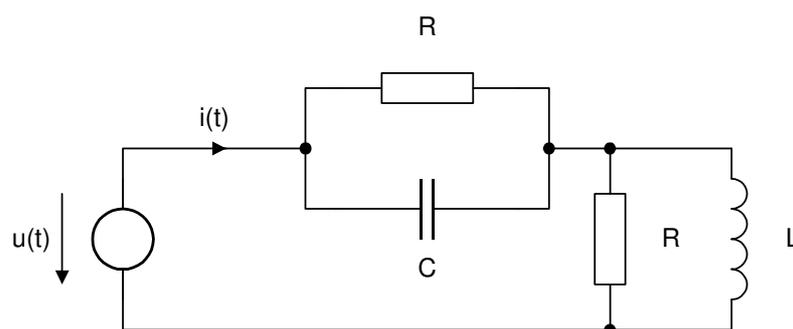
Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_1(t)$  bei der Frequenz  $f = 1 \text{ kHz}$ .

## Aufgabe 91



- Berechnen Sie die komplexe Impedanz  $\underline{Z}$  des obigen Zweipols
- Stellen Sie die Impedanz  $\underline{Z}$  als Summe von Real- und Imaginärteil dar.
- Für welche Kreisfrequenzen  $\omega$  nimmt die Impedanz  $\underline{Z}$  reelle Werte an?

## Aufgabe 92



Die Spannung

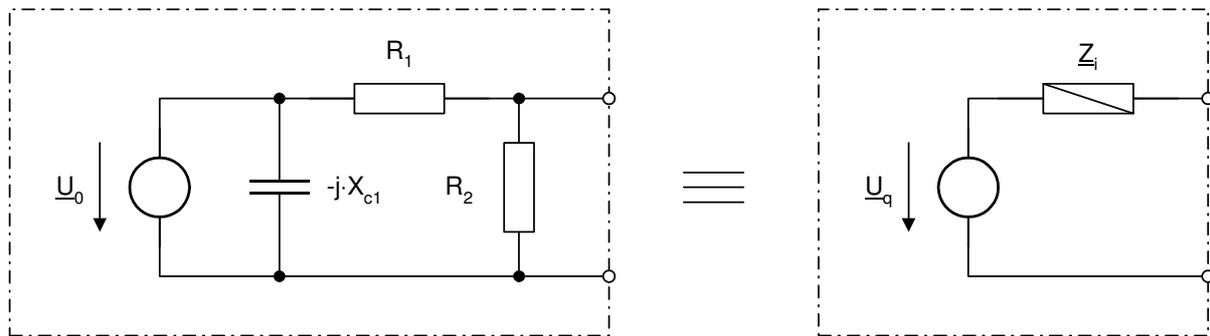
$$u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

sei gegeben.

- Berechnen Sie allgemein den komplexen Zeiger  $\underline{I}$ , welcher den Strom  $i(t)$  repräsentiert.
- Wie gross sind der Effektivwert und die Phasenlage des Stroms  $i(t)$  für  $\hat{U} = 1 \text{ V}$ ,  $\omega = 1'000 \text{ s}^{-1}$ ,  $R = 100 \text{ } \Omega$ ,  $C = 10 \text{ } \mu\text{F}$  und  $L = 0.1 \text{ H}$ ?

### Aufgabe 93

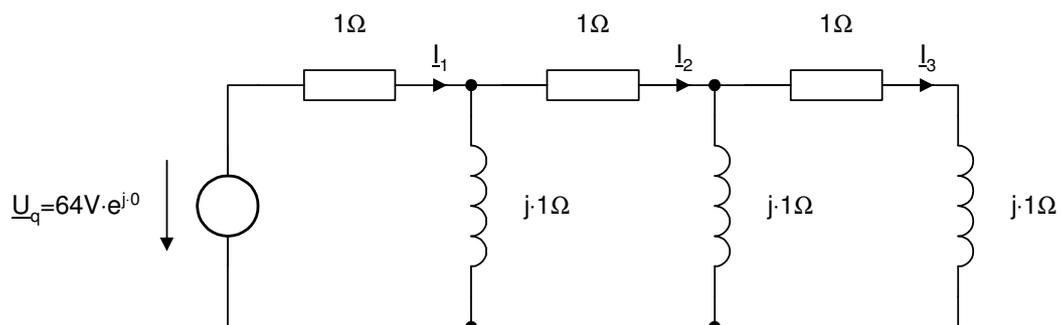
Ein Zweipol besteht aus einer idealen Spannungsquelle, einer Kapazität mit der komplexen Impedanz  $Z_{C1} = -j \cdot X_{C1}$  und zwei ohmschen Widerständen.



- Berechnen Sie den komplexen Spannungszeiger  $\underline{U}_q$  und die komplexe Impedanz  $Z_i$  der angegebenen Ersatzschaltung.
- Der gegebene Zweipol wird mit einer Kapazität mit der Impedanz  $Z_{C2} = -j \cdot X_{C2}$  belastet. Bestimmen Sie den Stromzeiger des Ausgangsstroms.

### Aufgabe 94

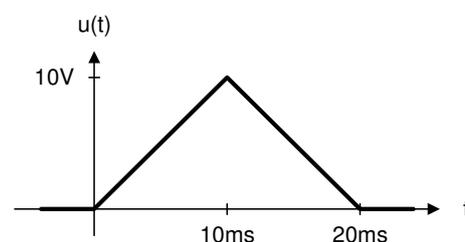
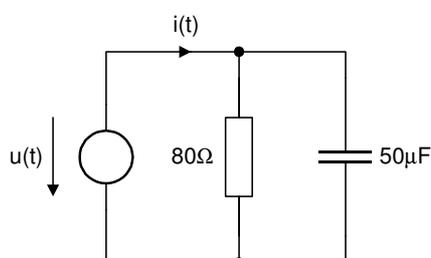
- Berechnen Sie die Stromzeiger  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  und  $\underline{I}_3$  in der nachfolgenden Schaltung mit Hilfe des Maschenstromverfahrens.



- Wie gross sind der Effektivwert und der Nullphasenwinkel des Stroms  $i_3(t)$ ?

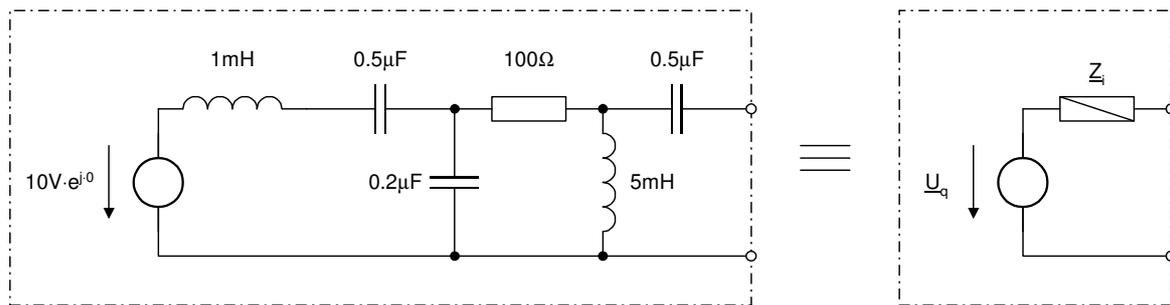
### Aufgabe 95

Die skizzierte Spannung  $u(t)$  wird an eine Parallelschaltung von R und C anlegt.



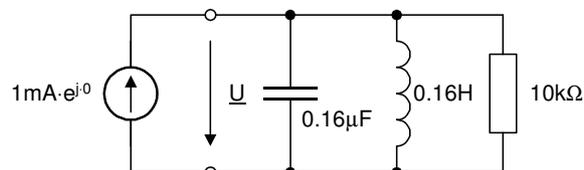
- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms  $i(t)$ . Tragen Sie markante Punkte (Maximum, Minimum, usw.) in die Skizze ein.
- Skizzieren Sie die von der Quelle abgegebene Momentanleistung  $p(t)$ .

### Aufgabe 96



- Bestimmen Sie numerisch die Werte  $\underline{U}_q$  und  $\underline{Z}_i$  für  $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$ .
- Welchen Effektivwert und welchen Nullphasenwinkel hat die Leerlaufspannung des Zweipols?
- Der Zweipol wird mit einer Impedanz  $\underline{Z}_L = 50\Omega + j \cdot 100\Omega$  belastet. Bestimmen Sie den Zeiger der Ausgangsspannung.

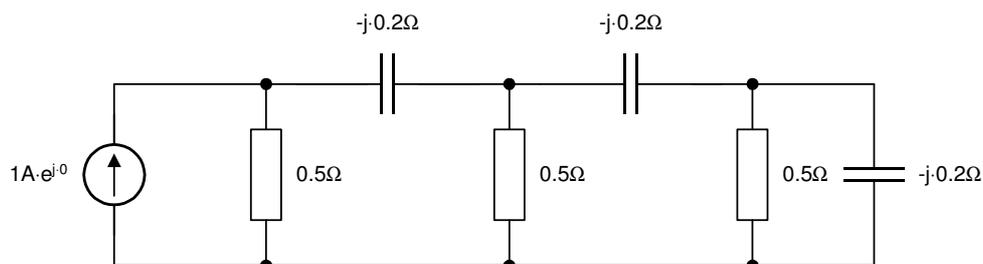
### Aufgabe 97



- Bestimmen Sie den komplexen Spannungszeiger  $\underline{U}$  in Funktion der Frequenz  $f$ .
- Skizzieren Sie den Betrag und die Phase von  $\underline{U}$  in Funktion der Frequenz im Bereich  $100 \text{ Hz} \leq f \leq 10 \text{ kHz}$ .

### Aufgabe 98

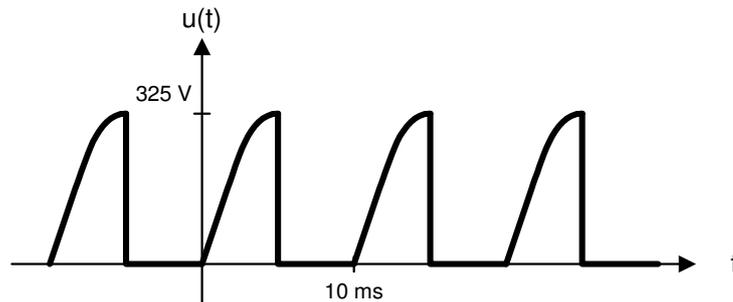
- Berechnen Sie die Spannungszeiger über den Widerständen in der nachfolgenden Schaltung mit Hilfe des Knotenpotentialverfahrens.



- Wie gross sind die Effektivwerte und Nullphasenwinkel der Spannungen?

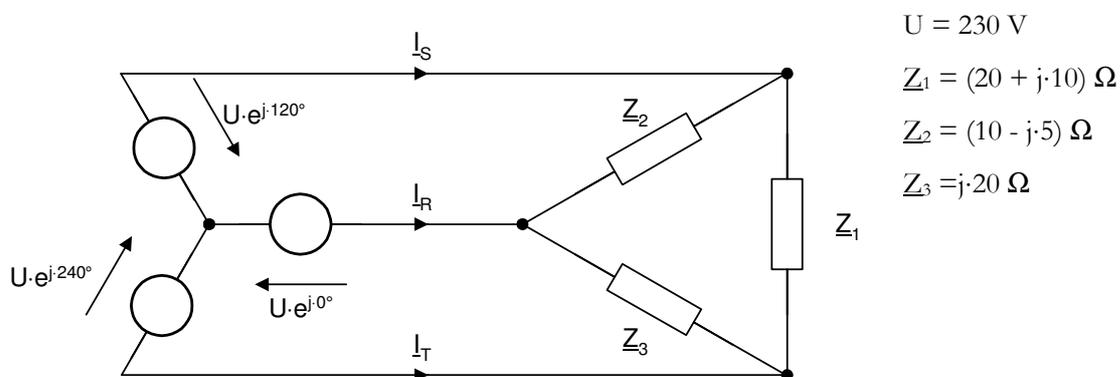
## Aufgabe 99

Gegeben ist der Spannungsverlauf über einem Thyristor in einer Phasenanschnittsteuerung.



- Berechnen Sie den Mittelwert der Spannung.
- Berechnen Sie den Effektivwert der Spannung.

## Aufgabe 100



$$U = 230 \text{ V}$$

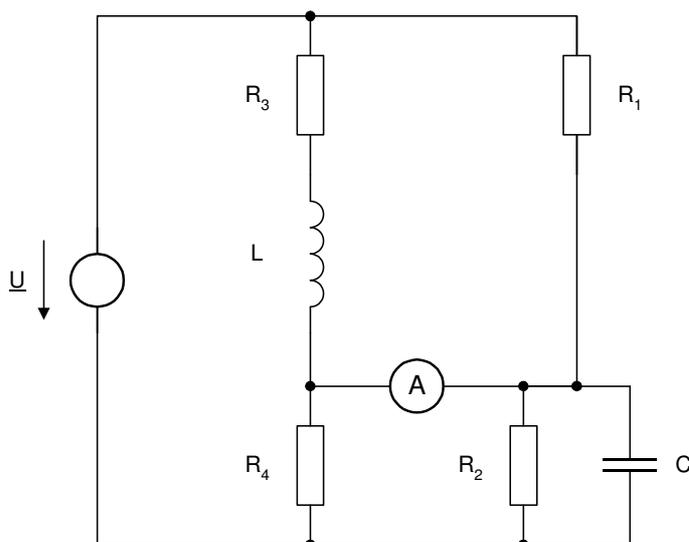
$$Z_1 = (20 + j \cdot 10) \Omega$$

$$Z_2 = (10 - j \cdot 5) \Omega$$

$$Z_3 = j \cdot 20 \Omega$$

- Wandeln Sie die Dreieckschaltung bestehend aus  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  in einen Sternschaltung um.
- Berechnen Sie die Stromzeiger  $I_R$ ,  $I_S$  und  $I_T$ .

## Aufgabe 101



a) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit das Ampèremeter keinen Strom anzeigt?

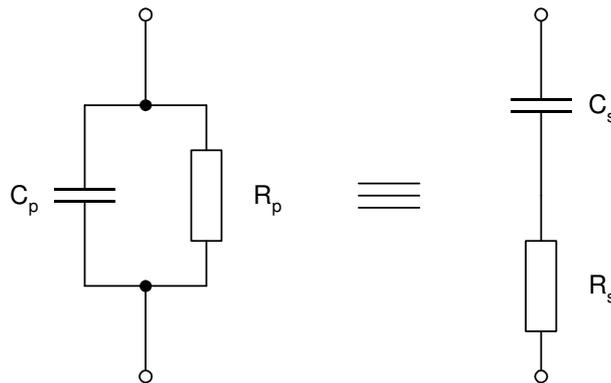
b) Wie gross sind in diesem Fall  $L$  und  $R_3$ , falls für die anderen Elemente gilt:

$$R_1 = 144 \Omega$$

$$R_2 = 600 \Omega$$

$$R_4$$

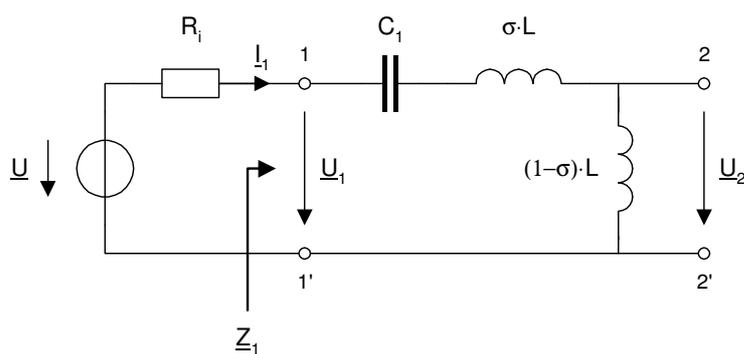
## Aufgabe 102



- a) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, dass die gezeigte Parallel- und Serieschaltung bei einer bestimmten Kreisfrequenz  $\omega$  die gleiche komplexe Impedanz aufweisen?
- b) Von einem Transistor sei bekannt, dass seine Eingangsimpedanz bei  $f = 10$  MHz durch eine Parallelschaltung von Kapazität und Widerstand mit den Werten  $C_p = 100$  pF und  $R_p = 80 \Omega$  nachgebildet werden kann. Berechnen Sie die Werte der entsprechenden Serieschaltung.

## Aufgabe 103

**Tipp:** Gibt einiges zu rechnen, kann aber auch durch Nachdenken gelöst werden.

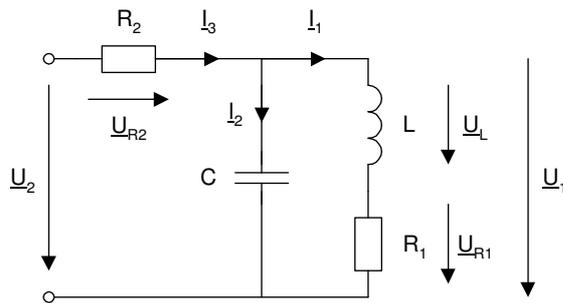


Eine Wechselspannungsquelle mit der komplexen Amplitude  $\underline{U} = U$ , der Kreisfrequenz  $\omega$  und dem Innenwiderstand  $R_i$  speist einen Schwingkreis. Der Ausgang 2-2' ist zunächst nicht beschaltet.

- a) Berechnen Sie die Eingangsimpedanz  $Z_1$  am Klemmenpaar 1-1' und den Eingangsstrom  $\underline{I}_1$ .
- b) Für welche Kreisfrequenz  $\omega_0$  wird der Betrag des Eingangsstroms maximal und wie gross ist der Strom  $\underline{I}_1(\omega_0)$  in diesem Fall? Berechnen Sie die Spannungen  $\underline{U}_1(\omega_0)$  und  $\underline{U}_2(\omega_0)$ .
- c) An das Klemmenpaar 2-2' wird nun eine Kapazität  $C_2$  angeschlossen. Bestimmen Sie  $C_2$  derart, dass der Betrag des Eingangsstrom  $\underline{I}_1(\omega_0)$  minimal wird. Geben Sie den Strom  $\underline{I}_1(\omega_0)$  an. Berechnen Sie ebenfalls die Spannung  $\underline{U}_1(\omega_0)$  und  $\underline{U}_2(\omega_0)$ .

## Aufgabe 104

Diese Aufgabe soll graphisch gelöst werden. Verwenden Sie den Massstab 1 cm/A, resp. 2 cm/V.



Von nebenstehender Schaltung sei folgendes bekannt:

$$\underline{I}_1 = (1 + 0 \cdot j) \text{ A,}$$

$$R_1 = 3 \, \Omega, X_L = 4 \, \Omega, X_C = 5 \, \Omega$$

$$R_2 = 1 \, \Omega$$

- Zeichnen Sie den Stromzeiger  $\underline{I}_1$  in der Gauss'schen Zahlenebene. Zeichnen Sie die Spannung  $\underline{U}_1$  als Summe der Spannungen  $\underline{U}_{R1}$  und  $\underline{U}_L$ .
- Konstruieren Sie die Stromzeiger  $\underline{I}_2$  und  $\underline{I}_3$ .
- Zeichnen Sie den Spannungszeiger  $\underline{U}_{R2}$  und konstruieren Sie  $\underline{U}_2$ .

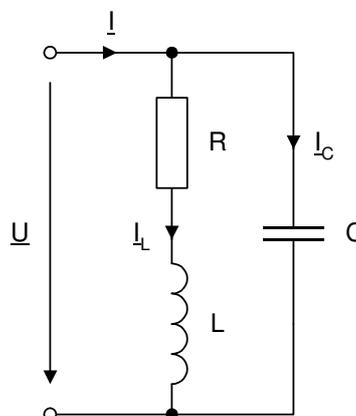
## Aufgabe 105

In der unten skizzierten Schaltung sind gegeben:

$$R = 10.56 \, \Omega, X_L = 14.08 \, \Omega, X_C = 35.20 \, \Omega, U = (220 + j \cdot 0) \text{ V}$$

Berechnen Sie

- $\underline{I}_L$ ,  $\underline{I}_C$  und  $\underline{I}$ ,
- die Wirkleistung  $P$  sowie die Blindleistungen  $Q_L$  und  $Q_C$ ,
- die gesamte Scheinleistung  $S$ ,
- die komplexe Scheinleistung  $\underline{S}$ ,

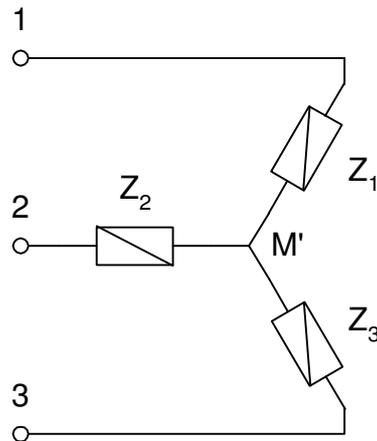


## Aufgabe 106

An eine unbekannte Impedanz  $\underline{Z}$  wird eine sinusförmige Spannung mit Effektivwert  $U = 220 \text{ V}$  und Frequenz  $f = 50 \text{ Hz}$  gelegt. Daraufhin misst man einen Wirkleistungsverbrauch von  $P = 445.3 \text{ W}$  und eine Blindleistung von  $Q = +1399 \text{ var}$ .

- Berechnen Sie den durch die Impedanz fließenden Strom  $\underline{I}$ . Welchen Effektivwert und welche Phasenverschiebung gegenüber der Spannung weist dieser Strom auf?
- Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der komplexen Impedanz  $\underline{Z}$ .
- Geben Sie ein mögliches Ersatzschaltbild für die Impedanz  $\underline{Z}$  an. (Aus welchen Bauelementen könnte sie aufgebaut sein?)

## Aufgabe 107

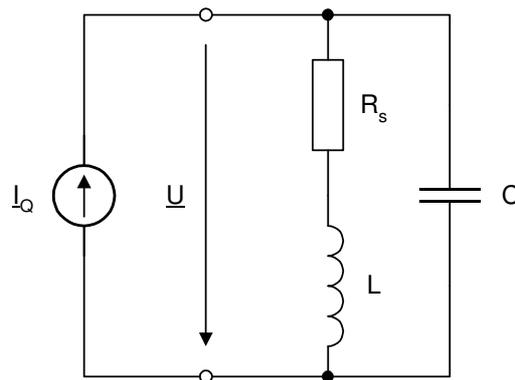


Ein symmetrischer Drehstromgenerator<sup>3</sup> mit  $U_{1m} = U_{2m} = U_{3m} = 220\text{V}$  und  $f = 50\text{ Hz}$  speist die nebenstehende, unsymmetrische Last, wobei  $Z_1 = (2.2 - 1.9j)\Omega$ ,  $Z_2 = (1.4 + 0.3j)\Omega$  und  $Z_3 = (1.9 + 2.2j)\Omega$ . Wählen Sie den Zeiger  $\underline{U}_{1m}$  rein reell.

- Bestimmen Sie die Spannungen  $\underline{U}_{mm'}$ ,  $\underline{U}_{1m'}$ ,  $\underline{U}_{2m'}$  und  $\underline{U}_{3m'}$ .
- Bestimmen Sie die Phasenströme  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  und  $\underline{I}_3$ .
- Wie gross sind die in den Impedanzen  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  umgesetzten Wirk- und Blindleistungen?

<sup>3</sup> Dies bedeutet, dass die zeitlichen Verläufe der Spannungen der drei Quellen jeweils um  $120^\circ$  verschoben sind. Die drei Quellen sind am Punkt m sternförmig zusammengeschaltet.

## Aufgabe 108



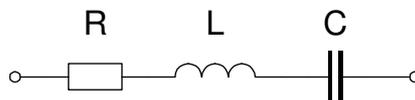
- a) Berechnen Sie den Zeiger  $\underline{U}$  in Funktion der Kreisfrequenz  $\omega$ .
- b) Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz  $\omega_0$ . Bringen Sie das Resultat in die Form

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \kappa$$

Was können Sie über den Faktor  $\kappa$  aussagen? Unter welcher Bedingung gilt  $\kappa \approx 1$ ?

- c) Wie gross sind die Scheinwiderstände von Induktivität und Kapazität im Resonanzfall? Durch welchen ohmschen Widerstand  $R_p$  kann der Schwingkreis im Resonanzfall nachgebildet werden? Wie würden Sie die Güte berechnen? **Tipp:** Bestimmen Sie eine Näherungslösung für den Fall  $\kappa \approx 1$ .
- d) Gegeben sei:  $L = 15.92 \text{ mH}$ ,  $C = 1.592 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $R_s = 10 \text{ }\Omega$  und  $I_Q = 1 \text{ A}$ . Skizzieren Sie den Verlauf von  $|\underline{U}|$  in Funktion der Frequenz (Bereich 100 Hz bis 10 kHz). Wie gross ist die 3dB-Bandbreite der Schaltung?

## Aufgabe 109



Ein RLC-Serieschwingkreis weist bei seiner Resonanzfrequenz von  $f_0 = 100 \text{ kHz}$  eine Güte von  $Q = 5.1$  auf. Bei einem Strom durch den Schwingkreis von  $I = 0.8 \text{ A}$  wird die Wirkleistung  $P = 100 \text{ W}$  umgesetzt.

- a) Wie gross sind  $R$ ,  $L$  und  $C$ ?
- b) Wie gross ist die Bandbreite des Schwingkreis?
- c) Bei welchen Frequenzen ist der Realteil der Impedanz dem Betrag nach gerade gleich gross wie der Imaginärteil? Welche Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom resultiert daraus?

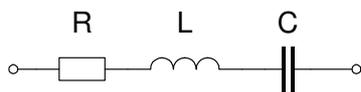
## Aufgabe 110

Bei der Messung eines RLC-Reihenschwingkreises wurden die nachfolgend angegebenen Daten ermittelt.

f [Hz]	Phase der Impedanz [rad]	$ Z $ [ $\Omega$ ]
0		
1		$62.83 \cdot 10^3$
	$-\pi/4$	14.14
1000	0	
	$+\pi/4$	
$\infty$		

- Bestimmen Sie die Werte der Elemente R, L und C. (Sinnvolle Vereinfachungen sind zulässig).
- Ergänzen Sie die in der Tabelle fehlenden Werte.

## Aufgabe 111

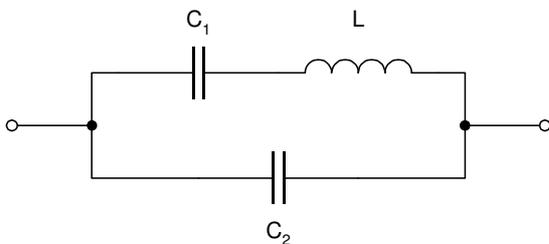


Die nebenstehende Schaltung wird mit einem Impedanzmessgerät gemessen. Bei  $\omega_1 = 1000 \text{ s}^{-1}$  verhält sie sich wie eine Spule mit der Induktivität  $L_1 = 99 \text{ mH}$  und der Güte<sup>4</sup>  $Q_1 = 9.9$ . Bei  $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$  verhält sie sich wie ein (verlustbehafteter) Kondensator mit der Kapazität

$C_2 = 1.01 \text{ mF}$ .

- Wie gross sind R, L und C?
- Welche Güte  $Q_2$  wird bei  $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$  gemessen?

## Aufgabe 112



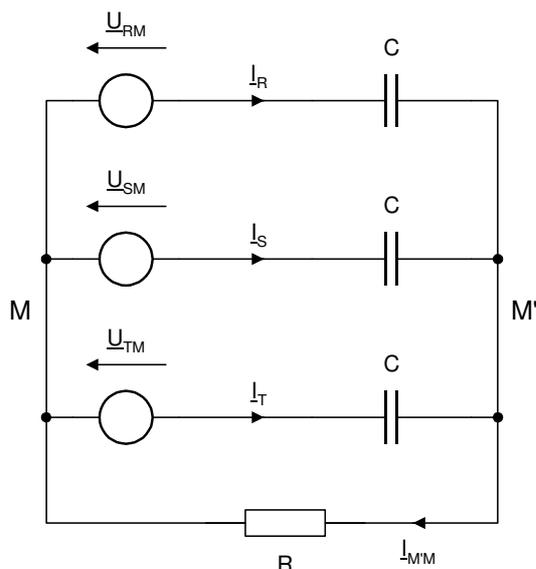
Ein idealer (verlustloser) Quarz kann durch das nebenstehende Ersatzschaltbild beschrieben werden.

- Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für die Impedanz des Quarzes an.
- Wo liegen die Resonanzfrequenzen des Quarzes?

<sup>4</sup> Die Güte einer Spule bei der Frequenz  $\omega$  ist wie folgt definiert:

$$Q = \frac{\omega \cdot L}{R}$$

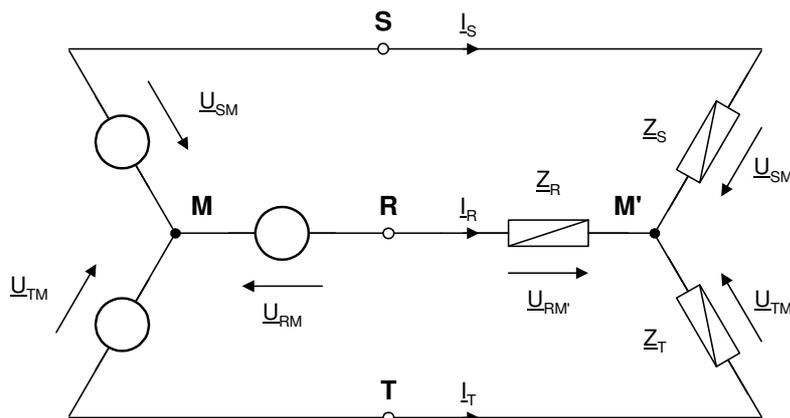
### Aufgabe 113



An ein Drehstromnetz sind drei gleiche Kondensatoren in Sternschaltung angeschlossen. Die Sternpunkte M und M' sind durch einen Widerstand R verbunden. Der Effektivwert aller Strangspannungen ist gleich U.

- Berechnen Sie die drei Phasenströme  $I_R$ ,  $I_S$  und  $I_T$  sowie den Strom  $I_{MM'}$ .
- Stellen Sie die Zeiger der Spannungen und der berechneten Ströme graphisch dar.
- Wie ändert sich  $I_{MM'}$ , wenn der Effektivwert der Phasenspannung  $U_{RM}$  um 10% absinkt?

### Aufgabe 114



$$Z_R = 3\Omega \cdot e^{j0}$$

$$Z_S = 4\Omega \cdot e^{j\pi/3}$$

$$Z_T = 5\Omega \cdot e^{j\pi/2}$$

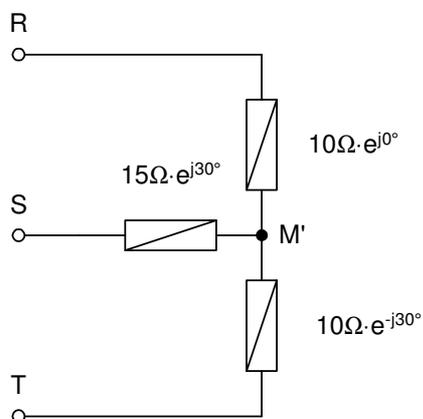
Alle Phasenspannungen weisen den Effektivwert  $U = 230$  V auf.

a) Berechnen Sie die Verlagerungsspannung  $U_{M'M}$ .

- Berechnen Sie die Verlagerungsspannung  $U_{M'M}$ .
- Berechnen Sie die Phasenströme  $I_R$ ,  $I_S$  und  $I_T$ .

c) Wandeln Sie die Sternlast in

### Aufgabe 115



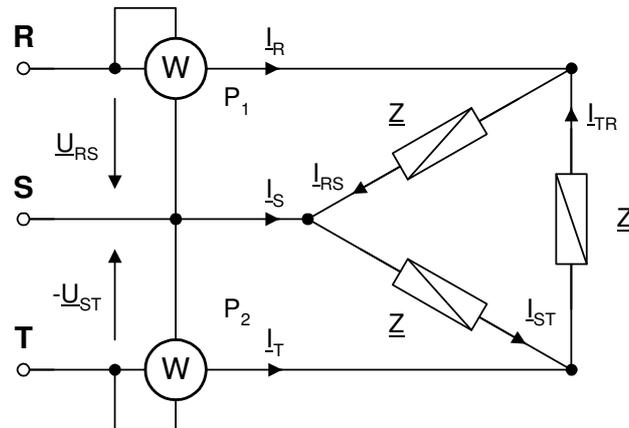
Die nebenstehende Verbraucherschaltung wird durch ein symmetrisches Drehstromsystem ( $U_{RM} = U_{SM} = U_{TM} = 230$  V) gespeist.

- Berechnen Sie zunächst die Aussenleiterspannungen  $U_{RS}$ ,  $U_{ST}$  und  $U_{TR}$ . Wählen die dazu den Zeiger  $U_{RM}$  rein reell.
- Berechnen Sie die Verlagerungsspannung sowie die Spannungen über den Lastimpedanzen mit Hilfe des Maschenstromverfahrens
- Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm, welches alle Generator- und die Verbraucherspannungen enthält. Wo können Sie die Verlagerungsspannung ablesen?
- Wie gross ist die gesamte im Netzwerk umgesetzte Wirk- und Blindleistung?

e) Welche Leistung  $P_1$ , resp.  $P_2$  würden die beiden Wattmeter der Aronschaltung anzeigen? (Wattmeter wie in Aufgabe 2 geschaltet).

## Aufgabe 116

Drei identische Impedanzen werden in Dreieckschaltung als Verbraucher geschaltet.

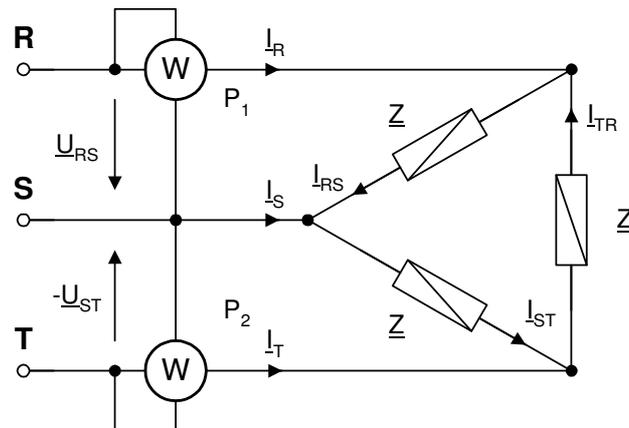


Die beiden Wattmeter zeigen  $P_1 = 1154 \text{ W}$  und  $P_2 = 577 \text{ W}$  an.

- a) Berechnen Sie die Impedanz  $\underline{Z}$  wenn der Effektivwert der Phasenspannungen  $100 \text{ V}$  beträgt.  
**Tipp:** Berechnen Sie die gesamte Wirk- und Blindleistung der Verbraucherschaltung.

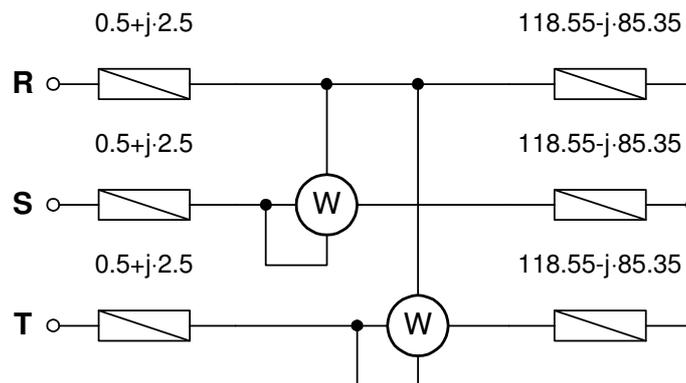
## Aufgabe 117

Drei identische Impedanzen  $\underline{Z} = Z \cdot e^{i\varphi}$  werden in Dreieckschaltung als Verbraucher geschaltet. Das Generatorsystem ist symmetrisch mit  $U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U$ .



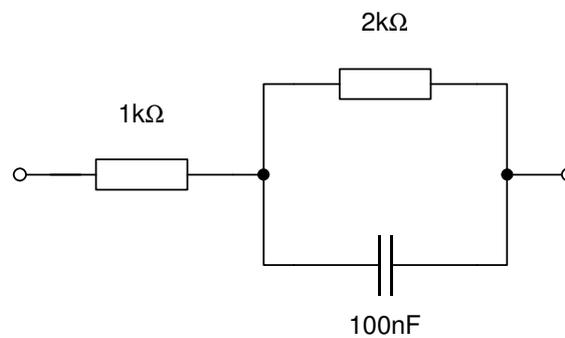
- a) Wie gross ist die Phasenverschiebung zwischen  $\underline{U}_{RS}$  und  $\underline{I}_R$  sowie zwischen  $-\underline{U}_{ST}$  und  $\underline{I}_T$ ? **Tipp:** Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm.
- b) Berechnen Sie den Effektivwert von  $\underline{I}_R$  und  $\underline{I}_T$ .
- c) Welche Werte zeigen die beiden Wattmeter an?
- d) Berechnen Sie die gesamte vom Verbraucher aufgenommene Wirk- und Blindleistung. Vergleichen Sie das Resultat mit demjenigen der Teilaufgabe c).

## Aufgabe 118

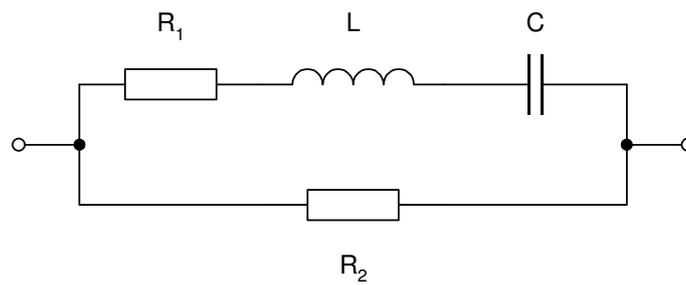


- Welche Leistungen zeigen die beiden Wattmeter an, falls  $U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = 550V$ .
- Die Last in der Phase R wird kurzgeschlossen. Welche Leistungen zeigen die Wattmeter nun an?

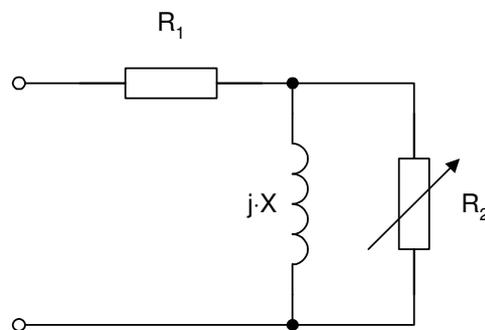
## Aufgabe 119



- Zeichnen Sie für den gegebenen Zweipol die Ortskurve der Impedanz in Abhängigkeit der Kreisfrequenz.
- Konstruieren Sie die entsprechende Ortskurve der Admittanz.
- Welches ist der grösstmögliche Phasenwinkel  $\varphi_{\max}$  der Admittanz?
- Bei welcher Kreisfrequenz tritt der Winkel  $\varphi_{\max}$  auf?

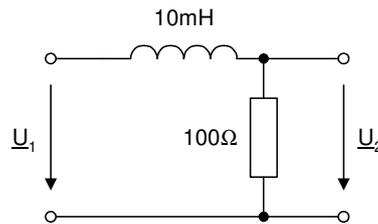
**Aufgabe 120**

- Zeichnen Sie für den gegebenen Zweipol die Ortskurve der Admittanz in Abhängigkeit der Kreisfrequenz.
- Konstruieren Sie die entsprechende Ortskurve der Admittanz.

**Aufgabe 121**

- Zeichnen Sie für den gegebenen Zweipol die Ortskurve der Impedanz in Abhängigkeit des Widerstands  $R_2$ .
- Kennzeichnen Sie in der Ortskurve diejenigen Punkte, welche den Parameterwerten  $R_2 = 0$ ,  $R_2 = X$  und  $R_2 = \infty$  entsprechen.
- An den Zweipol wird eine Spannungsquelle angeschlossen. Zeigen Sie anhand der Ortskurve, dass ein  $R_2 \neq \infty$  existiert, für welches der Betrag des Stroms durch den Zweipol den gleichen Wert hat wie für  $R_2 = \infty$ .

## Aufgabe 122

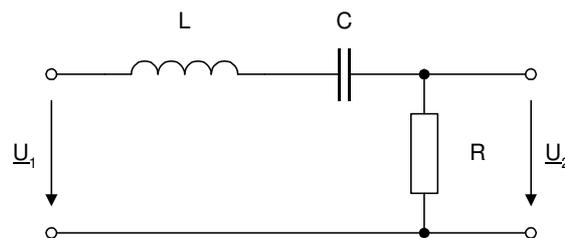


- a) Bestimmen Sie den komplexen Frequenzgang  $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$ , den Amplitudengang  $|\underline{H}(\omega)|$  und den Phasengang  $\angle \underline{H}(\omega)$  der gegebenen Schaltung.
- b) Bei welcher Kreisfrequenz  $\omega_g$  gilt

$$|\underline{H}(\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- c) Wie verhält sich der Frequenzgang für  $\omega \gg \omega_g$ ?
- d) Wie verhält sich der Frequenzgang für  $\omega \ll \omega_g$ ?
- e) Skizzieren Sie das Bodediagramm.

## Aufgabe 123



- a) Bestimmen Sie von der gegebenen Schaltung den komplexen Frequenzgang  $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$ .
- b) Bei welcher Kreisfrequenz  $\omega_g$  gilt

$$|\underline{H}(\omega_g)| = 1$$

- c) Wie verhält sich der Frequenzgang für  $\omega \gg \omega_g$ ? Welche Steigung weist die entsprechende Asymptote des Amplitudengangs im Bodediagramm auf?
- d) Wie verhält sich der Frequenzgang für  $\omega \ll \omega_g$ ? Welche Steigung weist die entsprechende Asymptote des Amplitudengangs im Bodediagramm auf?
- e) Skizzieren Sie das Bodediagramm für die Werte  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 10\text{mH}$  und  $C = 1\mu\text{F}$ .

## Aufgabe 124

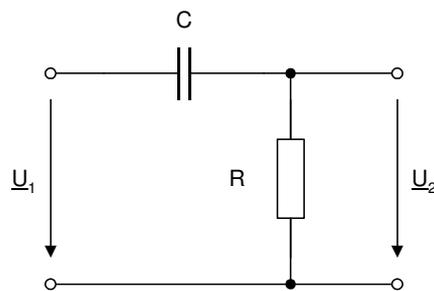
Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion:

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + j \cdot 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \omega_0 - \omega^2}$$

Der reelle Parameter  $\xi$  wird als Dämpfungsmass bezeichnet.

- Formen Sie  $\underline{H}(\omega)$  so um, dass die Übertragungsfunktion nur noch von der normierten Kreisfrequenz  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$  (und vom Dämpfungsmass  $\xi$ ) abhängt. Berechnen Sie allgemein den Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion.
- Diskutieren Sie den Verlauf des Amplitudengangs (Asymptoten für  $\Omega \ll 1$  und  $\Omega \gg 1$ , Wert für  $\Omega = 1$ ). Für welchen Wert von  $\xi$  erhalten Sie bei  $\Omega = 1$  gerade 3 dB Dämpfung?
- Diskutieren Sie den Verlauf des Phasengangs (Werte für  $\Omega = 0$ ,  $\Omega = 1$  und  $\Omega \rightarrow \infty$ ).
- Skizzieren Sie das Bodediagramm für  $\xi = 0.1$ .

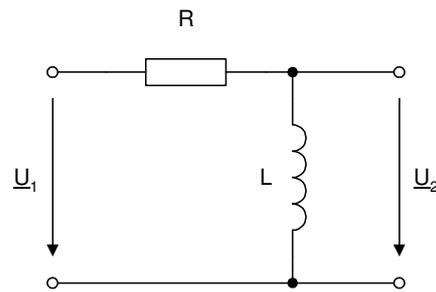
## Aufgabe 125



- Bestimmen Sie den komplexen Frequenzgang  $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$ , den Amplitudengang  $|\underline{H}(\omega)|$  und den Phasengang  $\angle \underline{H}(\omega)$  der gegebenen Schaltung.
- Bringen Sie den komplexen Frequenzgang in die Form
 
$$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$
- Bei welcher Kreisfrequenz  $\omega_g$  gilt

$$|\underline{H}(\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Diskutieren Sie den Verlauf des Amplitudengangs (Asymptoten für  $\omega\tau \ll 1$  und  $\omega\tau \gg 1$ , Wert für  $\omega\tau = 1$ ).
- Diskutieren Sie den Verlauf des Phasengangs (Werte für  $\omega\tau = 0$ ,  $\omega\tau = 1$  und  $\omega\tau \rightarrow \infty$ ).
- Skizzieren Sie das Bodediagramm für  $R = 1 \text{ k}\Omega$  und  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .

**Aufgabe 126**

- a) Bestimmen Sie den komplexen Frequenzgang  $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$ , den Amplitudengang  $|\underline{H}(\omega)|$  und den Phasengang  $\angle \underline{H}(\omega)$  der gegebenen Schaltung.
- b) Bringen Sie den komplexen Frequenzgang in die Form
- $$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$
- c) Vergleichen Sie den komplexen Frequenzgang mit demjenigen aus Aufgabe 1.
- d) Skizzieren Sie das Bodediagramm für  $R = 10 \Omega$  und  $L = 10 \text{ mF}$ .

## Aufgabe 127

Kreuzen Sie jeweils die korrekte Aussage an.

- a) Eine Schaltung mit der Übertragungsfunktion  $\underline{H}(\Omega) = \frac{j \cdot \Omega}{1 + j \cdot a \cdot \Omega - \Omega^2}$
- lässt tiefe Frequenzen ( $\Omega \ll 1$ ) passieren und sperrt hohe Frequenzen ( $\Omega \gg 1$ ),
  - lässt hohe ( $\Omega \gg 1$ ) Frequenzen passieren und sperrt tiefe Frequenzen ( $\Omega \ll 1$ ),
  - sperrt sowohl tiefe ( $\Omega \ll 1$ ) als auch hohe Frequenzen ( $\Omega \gg 1$ ).
- b) Die Asymptoten des Betrags der Übertragungsfunktion aus a) schneiden sich
- bei  $\Omega = 1$ ,
  - bei  $\Omega = 1/a$ ,
  - bei  $\Omega = a$ .
- c) Die Übertragungsfunktion  $\underline{H}(\Omega) = \frac{-j \cdot \Omega^3 - 3.7 \cdot \Omega^2 + 5.0}{2.5 \cdot \Omega^4 - \Omega^2}$
- fällt für sehr tiefe Frequenzen ( $\Omega \ll 1$ ) mit -80dB/Dekade ab,
  - fällt für sehr hohe Frequenzen ( $\Omega \gg 1$ ) mit -20dB/Dekade ab,
  - hat für sehr hohe Frequenzen ( $\Omega \gg 1$ ) eine Phasenverschiebung von  $+\pi/2$ .
- d) Der Betrag von  $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C}$  nähert sich im Bodediagramm einer Geraden an, für
- $\omega \gg \sqrt{L \cdot C}$ ,
  - $\omega \gg \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$
  - $\omega \ll 1 \text{ s}^{-1}$ .
- e) Die Darstellung im Bodediagramm hat unter anderem den Vorteil, dass
- ein grosser Amplitudenbereich dargestellt werden kann,
  - der interessierende Amplitudenbereich um 0 dB sehr detailliert wiedergegeben wird,
  - die Amplitudengänge zweier parallel geschalteter Zweitore einfach addiert werden dürfen.
- f) Die Darstellung im Bodediagramm hat unter anderem den Vorteil, dass
- ein grosser Phasenbereich dargestellt werden kann,
  - der interessierende Amplitudenbereich um 0 dB sehr detailliert wiedergegeben wird,
  - die Phasengänge zweier in Reihe geschalteter Zweitore einfach grafisch addiert werden dürfen.

## Aufgabe 128

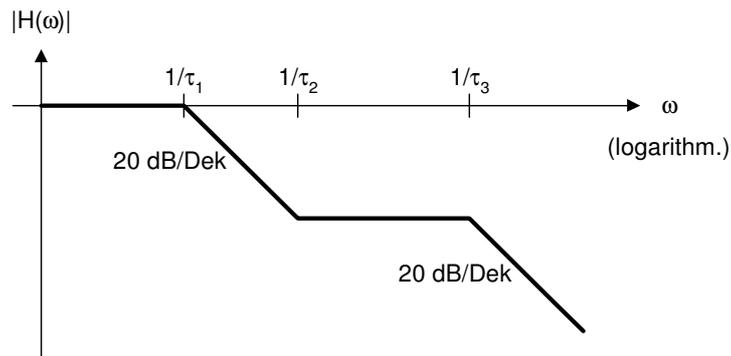
Gegeben ist der komplexe Frequenzgang

$$\underline{H}(\omega) = -\frac{j \cdot \omega \cdot p}{1 + j \cdot \omega \cdot q - \omega^2 \cdot r}$$

mit  $p = 5 \text{ ms}$ ,  $q = 0.5 \text{ ms}$  und  $r = (5 \text{ ms})^2$ .

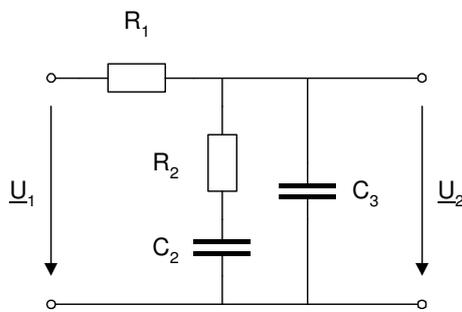
- a) Diskutieren Sie den Verlauf des Amplitudengangs (Asymptoten, Wert für  $\omega = \frac{1}{\sqrt{r}}$ )
- b) Diskutieren Sie den Verlauf des Phasengangs (Werte für  $\omega = 0$ ,  $\omega = \frac{1}{\sqrt{r}}$  und  $\omega \rightarrow \infty$ ).
- c) Skizzieren Sie das Bodediagramm.

## Aufgabe 129



Zur Entzerrung von magnetischen Aufnahmen bei Plattenspielern wird ein Übertragungsglied mit obenstehendem asymptotischen Amplitudenverhalten eingesetzt.

- a) Berechnen Sie die dazugehörige Übertragungsfunktion  $\underline{H}(\omega)$  als Produkt von drei Teilübertragungsfunktionen 1. Ordnung.



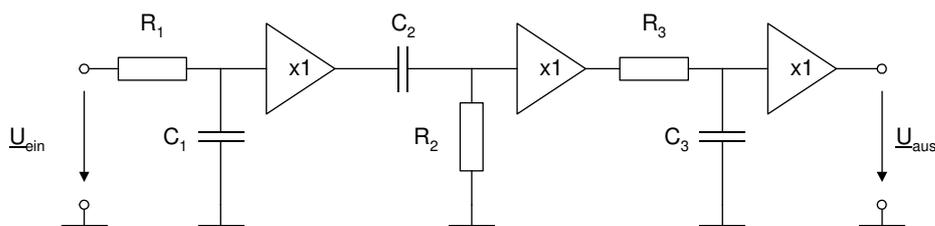
- b) Berechnen Sie das Übertragungsverhalten  $\underline{H}(\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$  der nebenstehende Schaltung. Entspricht es demjenigen der Teilaufgabe a)?

- c) Es gilt  $\tau_1 = 3180 \mu\text{s}$ ,  $\tau_2 = 318 \mu\text{s}$  und  $\tau_3 = 75 \mu\text{s}$ . Ferner sei gegeben:  $R_1 = 68'774 \Omega$  und  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ . Bestimmen Sie  $C_2$  und  $C_3$ .

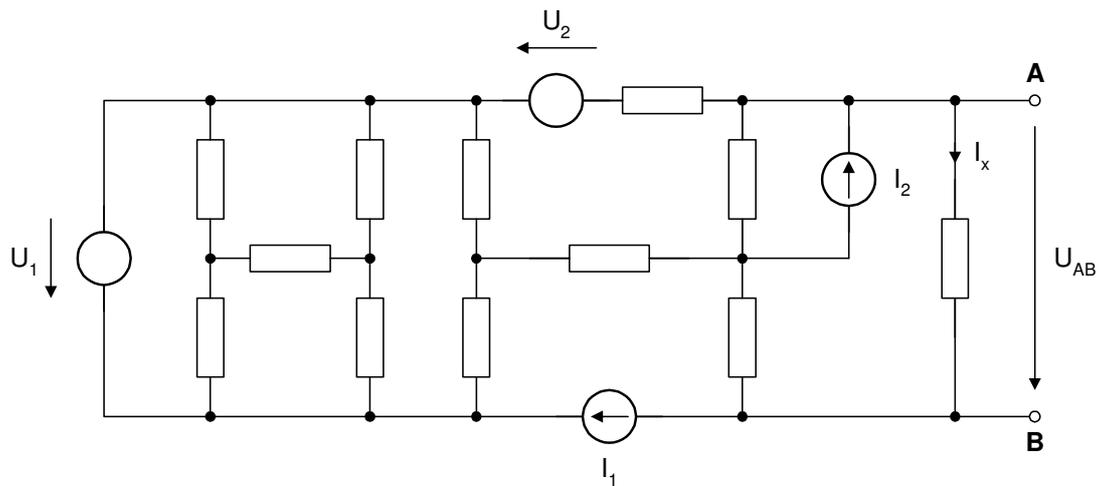
- d) Skizzieren Sie mit den obenstehenden Werten grob den Phasengang der Schaltung.

## Aufgabe 130

Skizzieren Sie das Bodediagramm zur folgenden Schaltung.



$$\begin{aligned} R_1 \cdot C_1 &= 1 \text{ s,} \\ R_2 \cdot C_2 &= 0.1 \text{ s,} \\ R_3 \cdot C_3 &= 0.01 \text{ s} \end{aligned}$$

**Aufgabe 131**

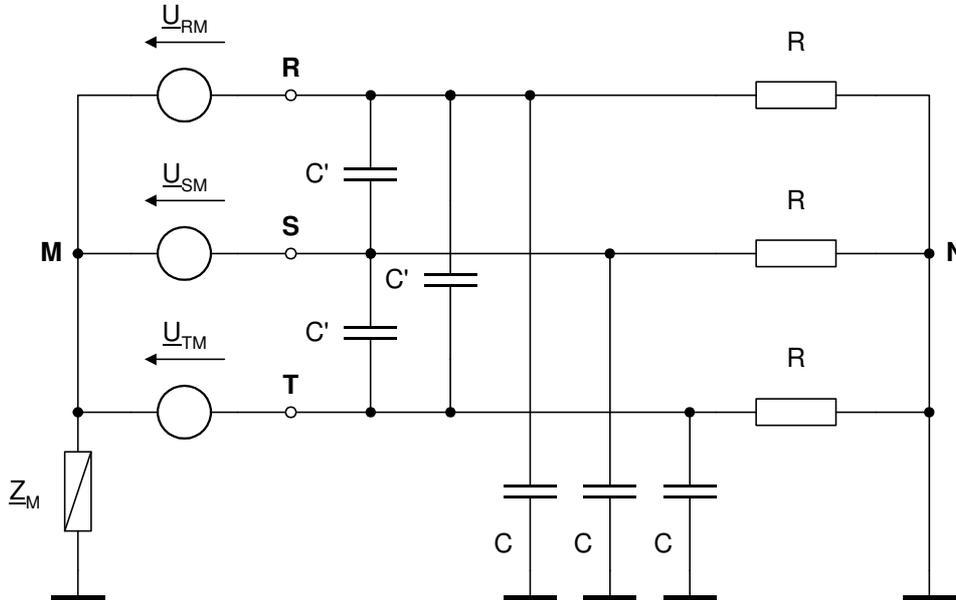
Alle Widerstände in der obigen Schaltung betragen  $1 \Omega$ . Ferner gilt  $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$  und  $U_1 = U_2 = 1 \text{ V}$ .

- Berechnen Sie den Strom  $I_x$ .
- Geben Sie an, ob die Stromquelle  $I_1$  Leistung erzeugt oder verbraucht. Wie gross ist diese Leistung?
- Welchen Widerstandswert  $R_L$  müssen Sie zwischen die Klemmen A und B schalten, damit die Spannung  $U_{AB}$  um 10% abnimmt?

### Aufgabe 132

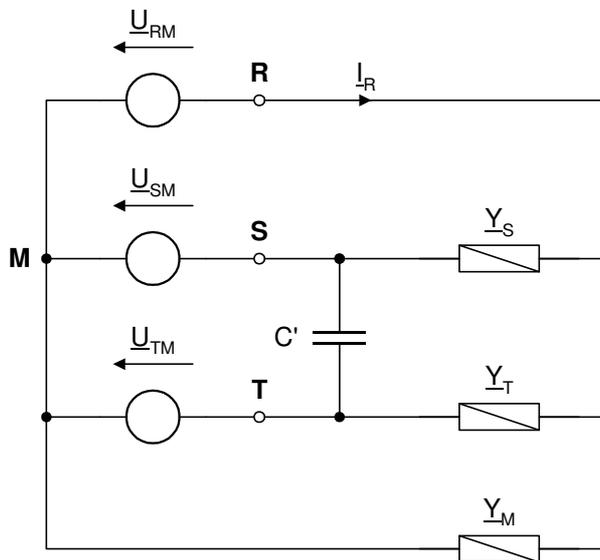
Die drei Spannungsquellen bilden ein symmetrisches Drehstromsystem ( $U_{RM} = U_{SM} = U_{TM} = U$ ). Der Verbrauchersternpunkt N ist unmittelbar geerdet, der Generatorsternpunkt M über die Impedanz  $Z_M$ . Die Aussenleiter R, S und T weisen gegenüber der Erde die Kapazität C auf. Die Kapazitäten zwischen den Aussenleitern betragen jeweils  $C'$ .

a) Welchen Strom liefert die Quelle  $\underline{U}_{RM}$ ?



Es tritt nun ein Kurzschluss zwischen dem Aussenleiter R und der Erde auf.

b) Bringen Sie die resultierende Schaltung in die nachfolgend angegebene Form. Drücken Sie die die Admittanzen  $\underline{Y}_S$ ,  $\underline{Y}_T$  und  $\underline{Y}_M$  durch die gegebenen Grössen aus.

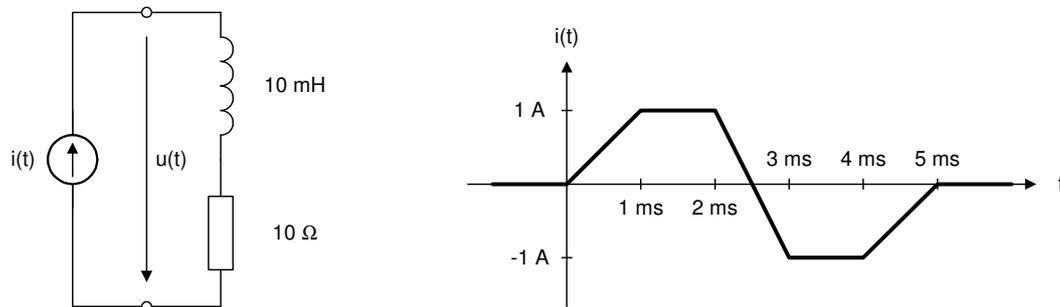


c) Berechnen Sie den Kurzschlussstrom  $\underline{I}_R$ .

d) Wie muss die Impedanz  $Z_M$  gewählt werden, damit der Kurzschlussstrom minimal wird? (Typ und Wert des Bauteils). Wie gross ist in diesem Fall der Kurzschlussstrom?

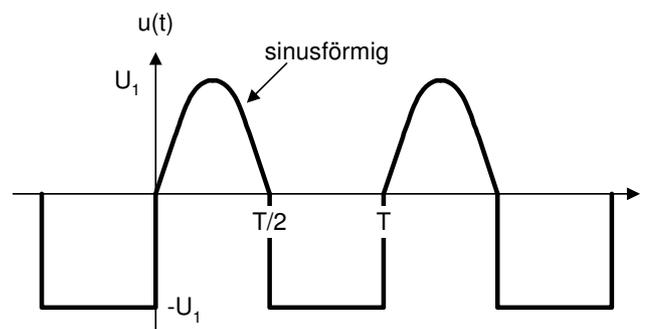
## Aufgabe 133

Der skizzierte Strom  $i(t)$  wird an eine Serieschaltung von R und L anlegt.



- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u(t)$ . Tragen Sie markante Punkte (Maximum, Minimum, usw.) in die Skizze ein.
- Skizzieren Sie die von der Quelle abgegebene Momentanleistung  $p(t)$ .
- Wie lautet der mathematische Ausdruck für die Momentanleistung  $p(t)$  im Bereich  $0 \text{ ms} \leq t \leq 1 \text{ ms}$ ?

## Aufgabe 134



Berechnen Sie

- den Mittelwert  $\overline{u(t)}$
- den Gleichrichtmittelwert  $\overline{|u(t)|}$
- den Effektivwert  $U$  der Spannung  $u(t)$ .
- Welchen Wert zeigt ein Drehspulinstrument mit vorgeschaltetem Vollweggleichrichter an, das eigentlich zur Messung des Effektivwerts von sinusförmigen Spannungen geeicht wurde?

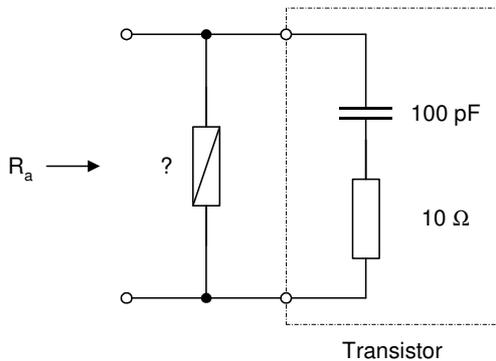
**Tipp:**

$$\int_0^A \sin(c \cdot x) dx = \frac{1}{c} \cdot [1 - \cos(c \cdot A)]$$

$$\int_0^A \sin^2(c \cdot x) dx = \frac{A}{2} - \frac{\sin(2 \cdot c \cdot A)}{4 \cdot c}$$

### Aufgabe 135

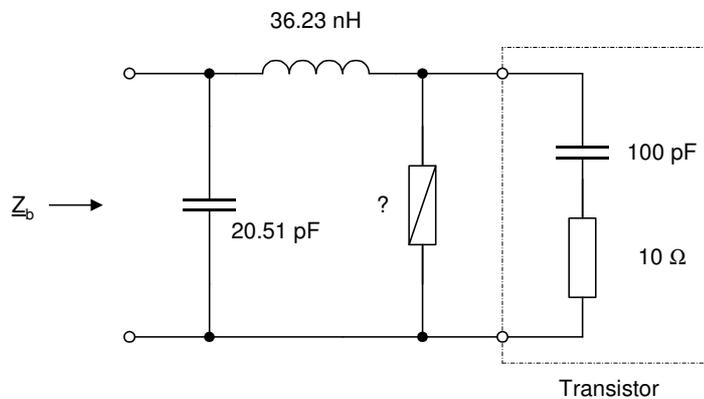
Bei der Frequenz  $f = 100 \text{ MHz}$  wird die Eingangsimpedanz eines Transistors durch eine Serieschaltung von  $R_s = 10 \text{ }\Omega$  und  $C_s = 100 \text{ pF}$  nachgebildet.



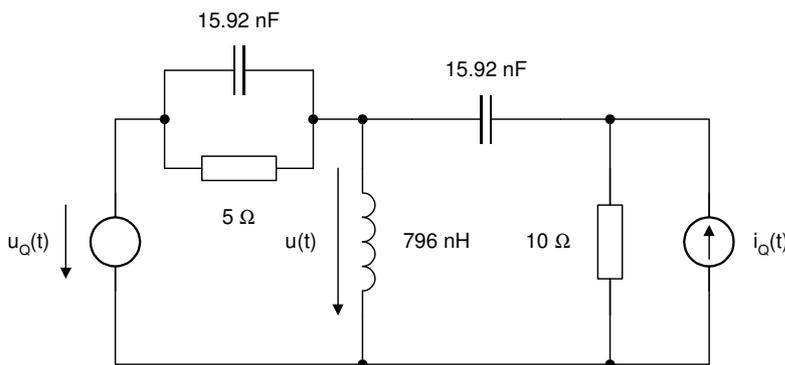
a) Welches Bauelemente (Art und Wert) muss parallel zum Eingang des Transistors geschaltet werden, damit die resultierende Eingangsimpedanz rein reell (Ersatzschaltung besteht nur noch aus einem Widerstand  $R_a$ ) wird? Wie gross ist dieser neue Ersatzwiderstand?

**Tipp:** Arbeiten Sie mit dem Kehrwert der Impedanzen.

b) Zusätzlich zu dem in a) gesuchten Bauelement wird nun noch eine Induktivität von  $L = 36.23 \text{ nH}$  in Serie und eine Kapazität von  $C = 20.51 \text{ pF}$  parallel geschaltet (s. unten). Wie gross ist nun die Eingangsimpedanz  $Z_b$  der Schaltung?



### Aufgabe 136



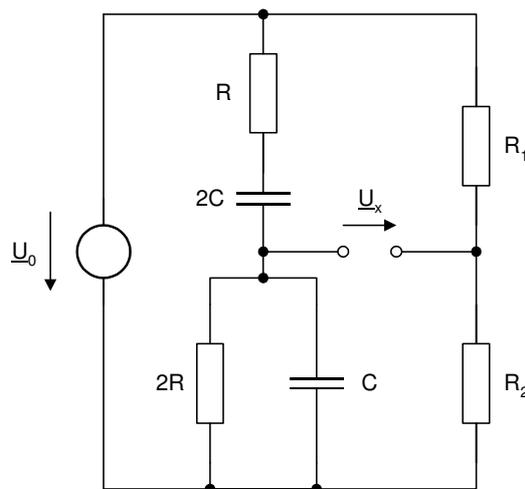
$$u_Q(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \text{ V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

$$i_Q(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \text{ A} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Die obige Schaltung wird bei der Frequenz  $f = 1 \text{ MHz}$  betrieben.

a) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u(t)$ .

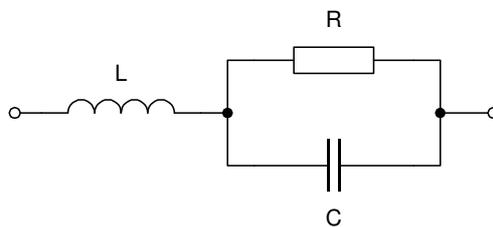
## Aufgabe 137



Die Frequenz der Spannungsquelle soll mit Hilfe der gezeigten Messbrücke gemessen werden.

- Berechnen Sie die Brückenspannung  $\underline{U}_x$ .
- Wie müssen die beiden Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  dimensioniert werden, damit die Brücke abgleichbar ist?
- Für welche Kreisfrequenz  $\omega$  ist die Brücke abgeglichen ( $\underline{U}_x = 0$ )?

## Aufgabe 138

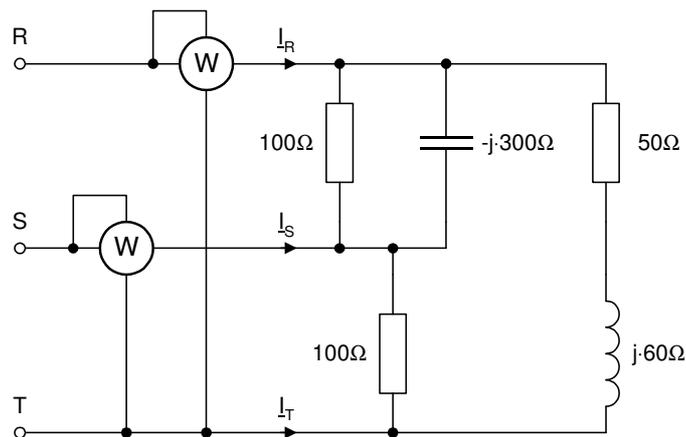


- Berechnen Sie die Resonanzfrequenz ( $\omega \neq 0$ ) des gegebenen Zweipols.
- Welche Bedingung muss gelten, damit diese Resonanzfrequenz existiert?
- Skizzieren Sie grob die Ortskurve der Impedanz des Zweipols in Abhängigkeit der Kreisfrequenz für den Fall, dass die Resonanzfrequenz existiert. Kennzeichnen Sie denjenigen Punkt auf der Ortskurve, welcher der Resonanzfrequenz entspricht.
- Skizzieren Sie grob die Ortskurve der Impedanz des Zweipols in Abhängigkeit der Kreisfrequenz für den Fall, dass die Resonanzfrequenz nicht existiert.

**Tipp:**

$$\frac{a + j \cdot b}{c + j \cdot d} \text{ ist genau dann rein reell, falls gilt } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

### Aufgabe 139

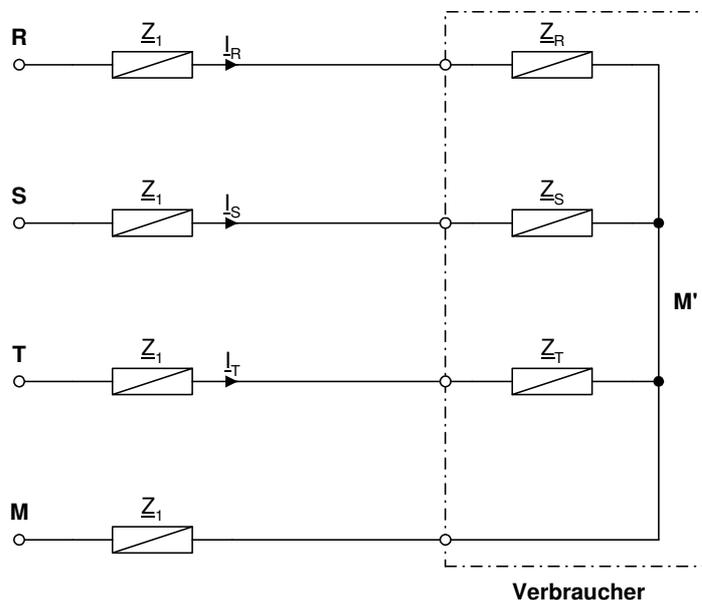


Die obige Schaltung wird durch ein symmetrisches Drehstromsystem mit  $\underline{U}_{RM} = 230 \text{ V} \cdot e^{j0}$  gespeist.

- Berechnen Sie die drei Aussenleiterspannungen  $\underline{U}_{RS}$ ,  $\underline{U}_{ST}$  und  $\underline{U}_{TR}$ .
- Berechnen Sie die drei Phasenströme  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_S$  und  $\underline{I}_T$ .
- Wie gross ist die gesamte im Verbraucher umgesetzte Wirk- und Blindleistung?
- Welche Werte zeigen die beiden Wattmeter an?

### Aufgabe 140

Die nachfolgende Schaltung wird durch ein symmetrisches Drehstromsystem ( $U_{RM} = U_{SM} = U_{TM} = 230 \text{ V}$ ) gespeist.



$$\underline{Z}_1 = (2 + j \cdot 10) \Omega$$

$$\underline{Z}_R = (100 + j \cdot 50) \Omega$$

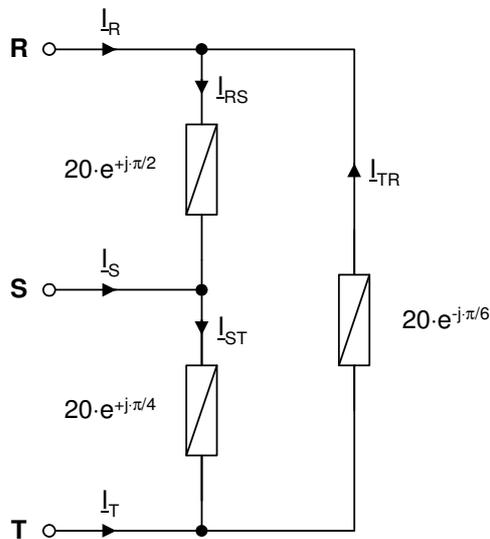
$$\underline{Z}_S = (200 - j \cdot 20) \Omega$$

$$\underline{Z}_T = j \cdot 150 \Omega$$

- Berechnen Sie die drei Phasenströme  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_S$  und  $\underline{I}_T$ . Wählen sie dazu den Zeiger  $\underline{U}_{RM}$  rein reell.
- Welche Wirk- und Blindleistung wird gesamthaft im Verbraucher umgesetzt?
- Wie viele Wattmeter werden benötigt um die gesamte Wirkleistung des Verbrauchers zu messen und wie müssen diese geschaltet werden?
- Berechnen Sie die Werte, welche die einzelnen Wattmeter anzeigen.

## Aufgabe 141

Die nachfolgende Schaltung wird durch ein symmetrisches Drehstromsystem ( $U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = 400 \text{ V}$ ) gespeist.



a) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm, das die Aussenleiterspannungen sowie die Ströme  $\underline{I}_{RS}$ ,  $\underline{I}_{ST}$ ,  $\underline{I}_{TR}$  enthält.

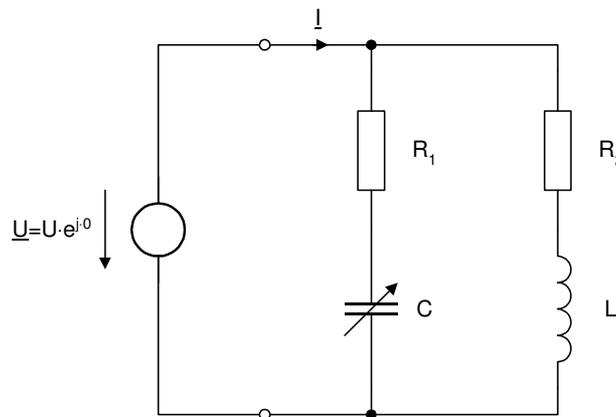
**Masstab:** 50V/cm, 5A/cm

b) Konstruieren Sie die Phasenströme  $\underline{I}_R$ ,  $\underline{I}_S$  und  $\underline{I}_T$ .

c) Wie gross ist die Phasendifferenz zwischen  $\underline{U}_{RS}$  und  $\underline{I}_R$ ?

d) Wie gross ist die Phasendifferenz zwischen  $-\underline{U}_{ST}$  und  $\underline{I}_T$ ?

## Aufgabe 142



In der obigen Schaltung seien  $\underline{U}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L$  und  $\omega$  konstant. Die Kapazität  $C$  kann zwischen 0 und  $\infty$  verändert werden.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des Stromzeigers  $\underline{I}$  in Abhängigkeit des Kapazitätswerts  $C$ .

Es gelte nun:  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $X_L = 4 \Omega$ .

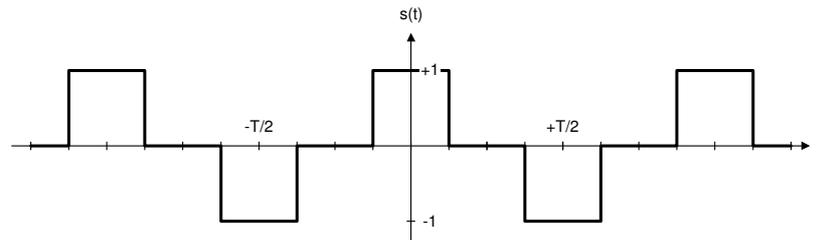
b) Wie gross muss  $R_1$  gewählt werden, damit der Stromzeiger  $\underline{I}$  für genau einen Wert von  $C$  rein reell ist?

c) Für welchen Wert von  $X_C$  ist dies der Fall?

**Tipp:** Falls Sie b) nicht lösen konnten, nehmen Sie  $R_1 = 2 \Omega$  an. In diesem Fall gibt es zwei mögliche Lösungen für  $X_C$ .

### Aufgabe 143

Gegeben ist ein periodisches Signal  $s(t)$ .



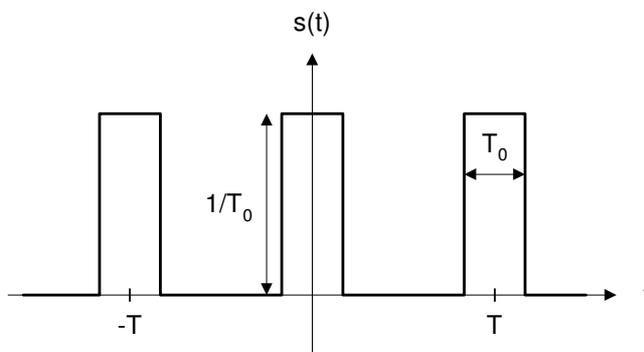
a) Berechnen Sie allgemein die Koeffizienten  $a_k$  der Fourierreihenzerlegung.

**Tipp:** Verwenden Sie als Integrationsintervall den Bereich  $-T/2 \leq t \leq +T/2$

b) Geben Sie für  $0 \leq k \leq 3$  die numerischen Werte von  $a_k$  an.

c) Wie gross ist der Effektivwert der Grundschwingung? Es gilt  $b_k = 0$ .

### Aufgabe 144



Gegeben ist das nebenstehende periodische Signal  $s(t)$ .

a) Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten  $\underline{c}_k$ .

b) Wie gross ist der Gleichanteil des Signals?

c) Welche Aussage gilt für die komplexen Fourierkoeffizienten, wenn  $T_0$  gegen Null geht?

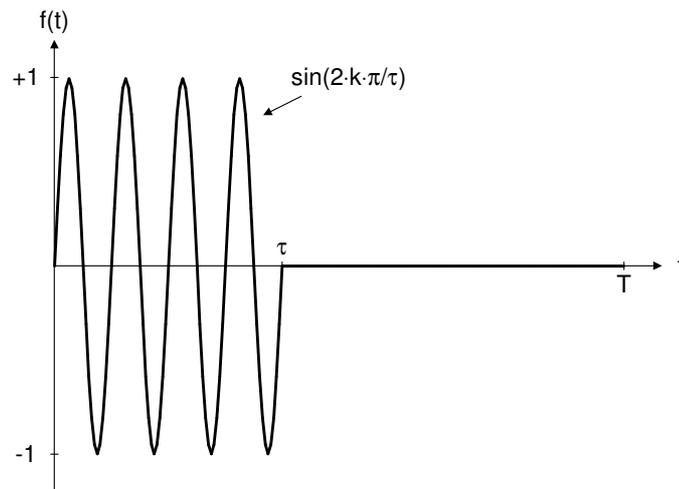
**Tipps:**

$$\frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2 \cdot j} = \sin(\alpha)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} = 1$$

## Aufgabe 145

Gegeben ist eine Periode einer periodischen Funktion  $f(t)$ .



- Berechnen Sie die komplexen Koeffizienten  $\underline{c}_n$  der Fourierreihenentwicklung von  $f(t)$ . Nehmen Sie dazu an, dass  $k$  eine ganze Zahl ist.
- Rechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten  $\underline{c}_n$  in die reellen Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  um.

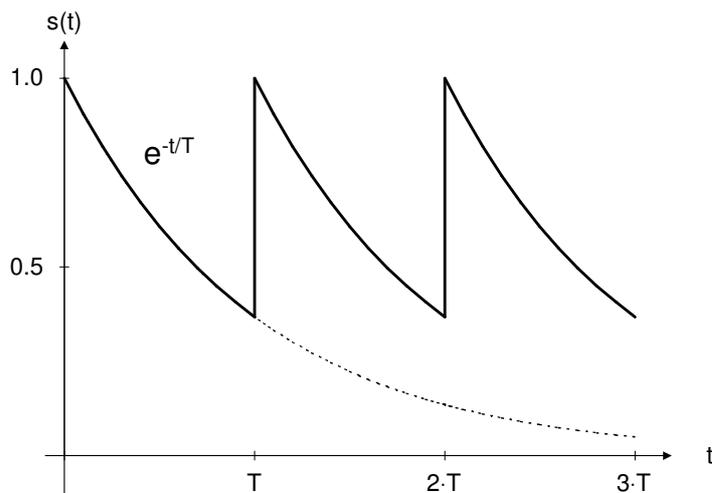
**Tips:** Stellen Sie die Sinusfunktion mit Hilfe von Exponentialfunktionen dar.  
Denken Sie daran, dass  $e^{j2\pi k} = e^{-j2\pi k} = 1$ , falls  $k$  eine ganze Zahl ist.

## Aufgabe 146

Skizzieren Sie die nachfolgenden Funktionen und berechnen Sie deren Fourierkoeffizienten:

$$a) f(t) = \left| \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \right|$$

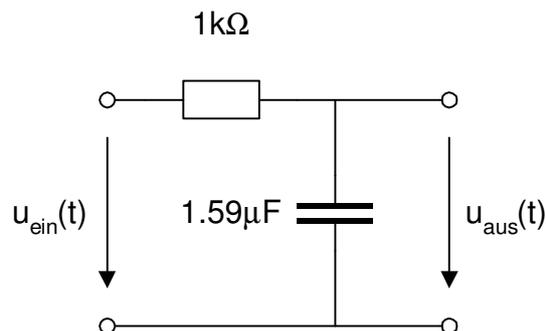
$$b) f(t) = \text{sign}\left(\sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)\right), \text{ wobei } \text{sign}(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

**Aufgabe 147**

- Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten  $\underline{c}_k$  des nebenstehenden periodischen Signals.
- Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  aus den komplexen Koeffizienten.
- [freiwillig] Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  direkt.

**Aufgabe 148**

Eine Spannung  $u_{\text{ein}}(t) = 15\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) + 5\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 300\text{Hz} \cdot t) + 3\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 500\text{Hz} \cdot t)$  wird auf die nachfolgende Schaltung gegeben:

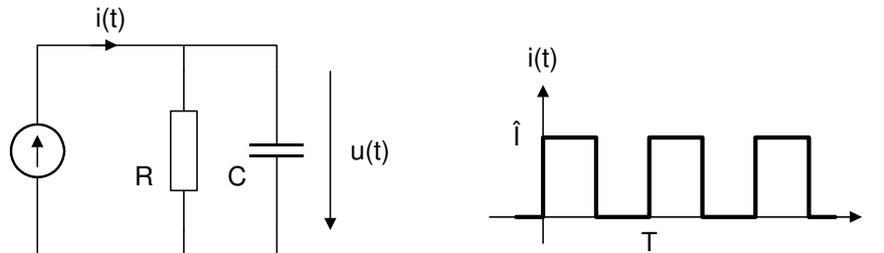


- Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung  $u_{\text{aus}}(t)$ .
- Skizzieren Sie die Spannungen  $u_{\text{ein}}(t)$  und  $u_{\text{aus}}(t)$ .

## Aufgabe 149

Eine Stromquelle erzeugt eine periodische Folge von Rechteckimpulsen, welche eine Parallelschaltung eines Kondensators C mit einem Widerstand R speist. Es gilt die Beziehung:

$$\frac{T}{R \cdot C} = 2\pi$$



Die Fourierzerlegung des Stroms  $i(t)$  liefert das Resultat

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{2} + \frac{\hat{I}}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot n}{T} \cdot t\right)$$

- Bestimmen Sie die komplexe Amplitude  $\underline{I}_n$  der n-ten Harmonischen des Stroms  $i(t)$ .
- Berechnen Sie die komplexe Amplitude  $\underline{U}_n$ , die durch die komplexe Amplitude  $\underline{I}_n$  an der RC-Schaltung erzeugt wird. Geben Sie den Betrag  $|\underline{U}_n|$  und den Phasenwinkel  $\angle \underline{U}_n$  an.
- Berechnen Sie aus der komplexen Amplitude  $\underline{U}_n$  den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_n(t)$ .
- Geben Sie einen Ausdruck für die Spannung  $u(t)$  über der RC-Schaltung an.

## Aufgabe 150

Eine Spannung

$$\begin{aligned} u(t) = & 1 + \sqrt{2} \cdot 3\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t) + \sqrt{2} \cdot 4\text{V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t) \\ & - \sqrt{2} \text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) + \sqrt{2} \cdot 2\text{V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) \\ & + \sqrt{2} \cdot 0.5\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 300\text{Hz} \cdot t) - \sqrt{2} \cdot 0.5\text{V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 400\text{Hz} \cdot t) \end{aligned}$$

ist gegeben.

- Berechnen Sie den Effektivwert  $U_{\text{eff}}$  der Spannung.
- Wie gross ist der Klirrfaktor  $k$  der Spannung?  
Zusätzlich sei ein Strom

$$i(t) = 0.5 + \sqrt{2} \cdot 9\text{A} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t) - \sqrt{2} \cdot 4\text{A} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) - \sqrt{2} \cdot 1.5\text{A} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 400\text{Hz} \cdot t)$$

gegeben.

- Welche mittlere Wirkleistung wird mit  $u(t)$  und  $i(t)$  verbraucht?

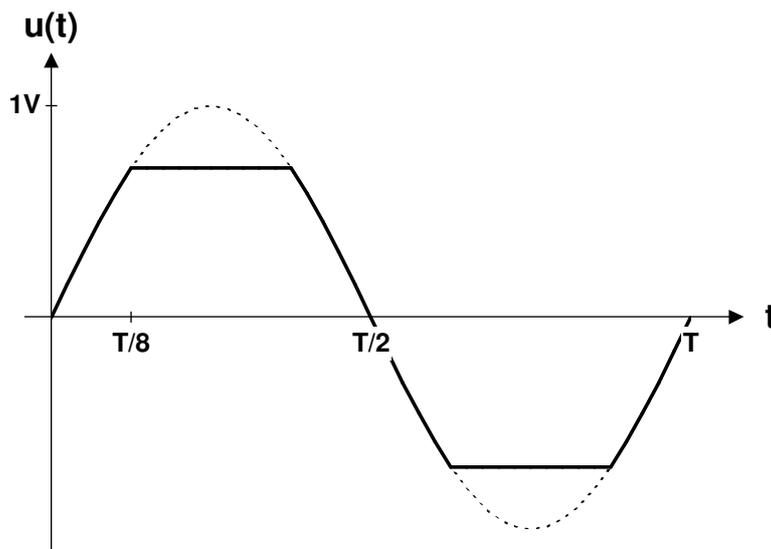
## Aufgabe 151

Über einer nichtlinearen Last liegt eine periodische Spannung  $u(t)$ , was einen Strom  $i(t)$  zur Folge hat. Die Fourierreihenzerlegung von  $u(t)$ , resp.  $i(t)$  liefert die folgenden Koeffizienten:

n	u(t)		i(t)	
	a <sub>n</sub>	b <sub>n</sub>	a <sub>n</sub>	b <sub>n</sub>
0	0		1.5 A	
1	$\sqrt{2} \cdot 21 \text{ V}$	$\sqrt{2} \cdot 200 \text{ V}$	$\sqrt{2} \cdot 2 \text{ A}$	$\sqrt{2} \cdot 1 \text{ A}$
2	$\sqrt{2} \cdot 2.5 \text{ V}$	$\sqrt{2} \cdot 1.5 \text{ V}$	$\sqrt{2} \cdot 3 \text{ A}$	$\sqrt{2} \cdot 4 \text{ A}$
3	$\sqrt{2} \cdot 3 \text{ V}$	0	0	$\sqrt{2} \cdot 2 \text{ A}$

- Wie gross ist der Effektivwert der Spannung und des Stroms?
- Welche mittlere Wirkleistung  $P$  wird in der Last umgesetzt?
- Berechnen Sie die Scheinleistung  $S$ .

## Aufgabe 152



Am Eingang eines Verstärkers wird eine sinusförmige Spannung angelegt. Infolge Übersteuerung zeigt das Ausgangssignal jedoch den oben skizzierten Verlauf.

- Skizzieren Sie das Übertragungsverhalten  $U_{\text{aus}}(U_{\text{ein}})$  des Verstärkers. Unter welchen Bedingungen verhält sich der Verstärker linear?

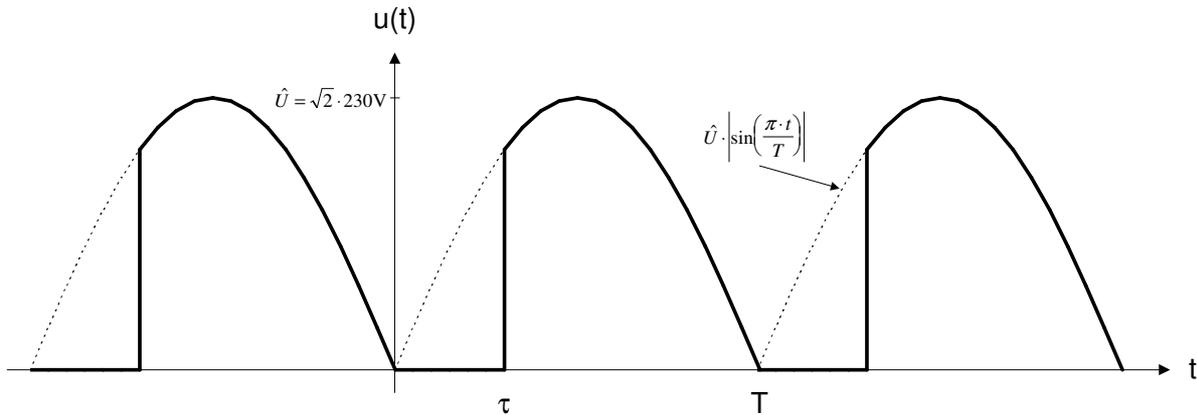
Die ersten zwanzig Fourierkoeffizienten der Spannung  $u(t)$  können der folgenden Tabelle entnommen werden:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
a <sub>k</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b <sub>k</sub>	-	$\frac{2+\pi}{2\pi}$	0	$\frac{1}{3\pi}$	0	$\frac{-1}{15\pi}$	0	$\frac{-1}{21\pi}$	0	$\frac{1}{45\pi}$	0	$\frac{1}{55\pi}$	0	$\frac{-1}{91\pi}$	0	$\frac{-1}{105\pi}$	0	$\frac{1}{153\pi}$	0	$\frac{1}{171\pi}$

- Berechnen Sie unter Verwendung der gegebenen Koeffizienten den Effektivwert sowie den Klirrfaktor der Spannung.
- Wie gross ist die Abweichung zum korrekten Effektivwert?

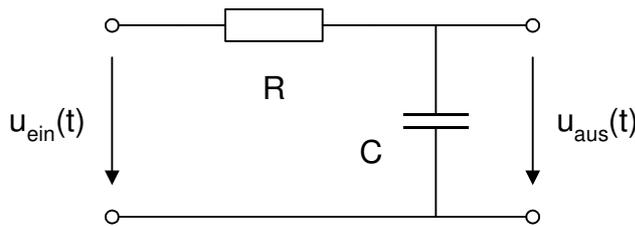
## Aufgabe 153

Gegeben ist ein periodischer Spannungsverlauf  $u(t)$  mit der Periode  $T$ .



Wir betrachten vorläufig den **Spezialfall**  $\tau = T/2$ . Dann gilt:

$$u(t) = \frac{\hat{U}}{\pi} + \hat{U} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi \cdot (1 - 4 \cdot n^2)} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot n \cdot t\right) - \hat{U} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot n \cdot (-1)^n}{\pi \cdot (1 - 4 \cdot n^2)} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot n \cdot t\right)$$



Die periodische Spannung  $u(t)$  wird als Eingangsspannung auf den nebenstehenden RC-Tiefpass gegeben.

**Es gilt  $R \cdot C \gg T$  und  $R = 1 \text{ k}\Omega$ .**

a) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung  $u_{\text{aus}}(t)$ .

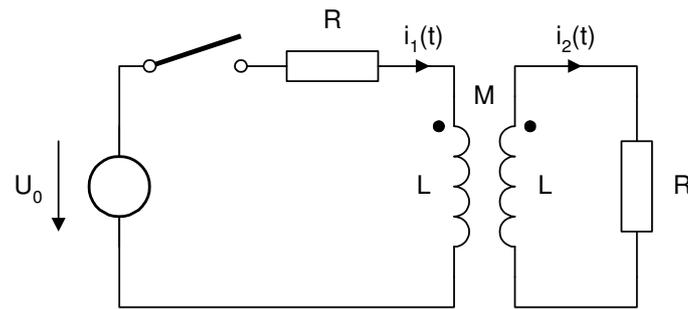
**Für die nachfolgenden Berechnungen ist es zulässig, nur die Harmonischen mit  $n \leq 5$  zu berücksichtigen!**

- b) Welche Leistung wird im Widerstand  $R$  in Wärme umgesetzt?  
 c) Welchen Klirrfaktor weist die Spannung über dem Widerstand  $R$  auf?

Die Annahme  $\tau = T/2$  gelte im Folgenden nicht mehr.

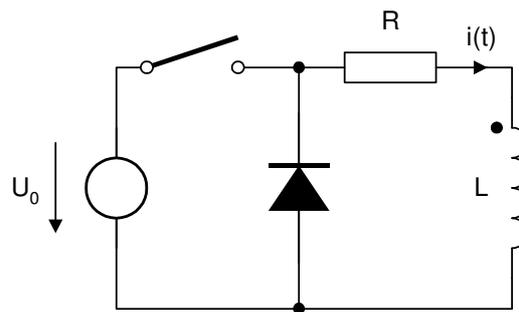
- d) Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten  $a_n$  der periodischen Spannung  $u(t)$  für ein allgemeines  $\tau$ .

**Tipp:**  $\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$

**Aufgabe 154**

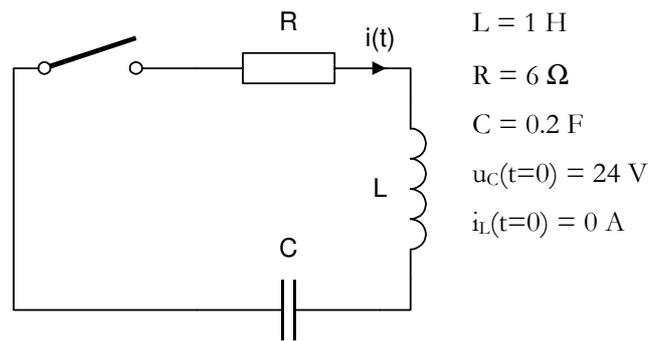
Der Schalter wird im Augenblick  $t = 0$  geschlossen. In den beiden Spulen fließt in diesem Moment kein Strom.

- Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der beiden Ströme  $i_1(t)$  und  $i_2(t)$  mit Hilfe der Laplace-Transformation.
- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der beiden Ströme für  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ H}$ ,  $M = 0.5 \text{ H}$  und  $U_0 = 1 \text{ V}$ .

**Aufgabe 155**

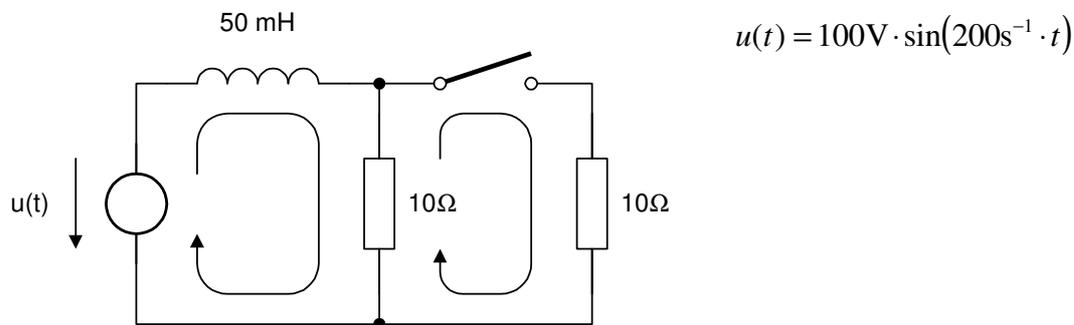
Der Schalter sei seit langer Zeit geschlossen und werde zum Zeitpunkt  $t = 0$  geöffnet.

- Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms  $i(t)$  mit Hilfe der Laplace-Transformation.
- Wozu dient die Diode?

**Aufgabe 156**

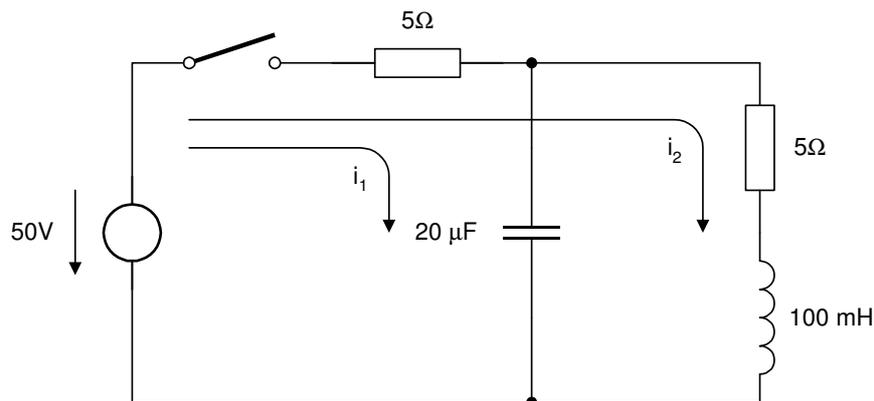
Der Schalter werde zum Zeitpunkt  $t = 0$  geschlossen.

- Berechnen und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms  $i(t)$ .
- Wie lautet allgemein die Lösung für den zeitlichen Verlauf von  $i(t)$ , falls die charakteristische Gleichung zwei voneinander verschiedene reelle Wurzeln besitzt? Welche Bedingung muss zwischen  $R$ ,  $L$  und  $C$  gelten, damit dieser Fall eintritt?
- Wie lautet allgemein die Lösung für den zeitlichen Verlauf von  $i(t)$ , falls die charakteristische Gleichung zwei gleiche reelle Wurzeln besitzt? Welche Bedingung muss zwischen  $R$ ,  $L$  und  $C$  gelten, damit dieser Fall eintritt?
- Wie lautet allgemein die Lösung für den zeitlichen Verlauf von  $i(t)$ , falls die charakteristische Gleichung zwei konjugiert komplexe Wurzeln besitzt? Welche Bedingung muss zwischen  $R$ ,  $L$  und  $C$  gelten, damit dieser Fall eintritt?

**Aufgabe 157**

Die obige Schaltung enthält eine sinusförmige Spannungsquelle. Der Schalter sei seit langer Zeit geöffnet und werde dann zu einem Zeitpunkt geschlossen, in welchem der Spannungsanstieg der Quelle am grössten ist.

- Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der beiden Maschenströme mit Hilfe der Laplace-Transformation.

**Aufgabe 158**

Der Schalter sei seit langer Zeit geöffnet und werde zum Zeitpunkt  $t = 0$  geschlossen.

- a) Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der beiden Maschenströme  $i_1(t)$  und  $i_2(t)$  mit Hilfe der Laplace-Transformation.

**Aufgabe 159**

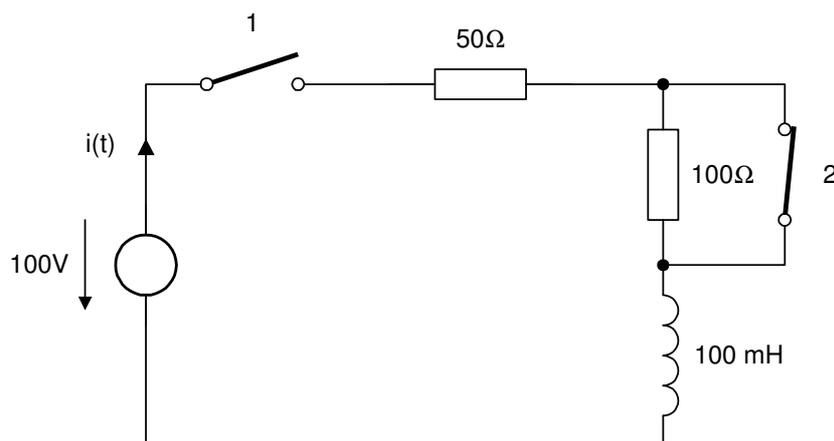
An eine Serieschaltung aus  $R = 5 \Omega$ ,  $L = 0.2 \text{ H}$  und  $C = 1 \text{ F}$  wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  eine Spannungsquelle mit dem Verlauf  $u(t) = 10\text{V} \cdot e^{-100t}$  angeschlossen.

- a) Berechnen und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms  $i(t)$ .

**Aufgabe 160**

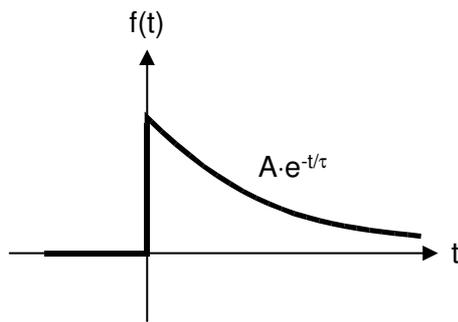
An eine Serieschaltung aus  $R = 5 \Omega$ ,  $L = 0.1 \text{ H}$  und  $C = 500 \mu\text{F}$  wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  eine Spannungsquelle mit dem Verlauf  $u(t) = 100\text{V} \cdot \sin(100\text{s}^{-1} \cdot t)$  angeschlossen.

- a) Berechnen und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms  $i(t)$ .

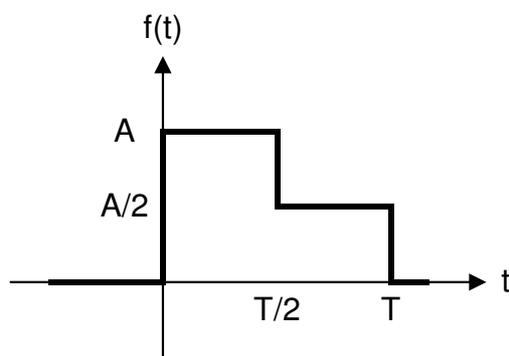
**Aufgabe 161**

In der obigen Schaltung wird zum Zeitpunkt  $t_0 = 0 \text{ s}$  der Schalter 1 geschlossen. Zum Zeitpunkt  $t_1 = 4 \text{ ms}$  wird daraufhin der Schalter 2 geöffnet.

- a) Berechnen und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms  $i(t)$  in den Intervallen  $t_0 \leq t \leq t_1$  und  $t > t_1$ .

**Aufgabe 162**

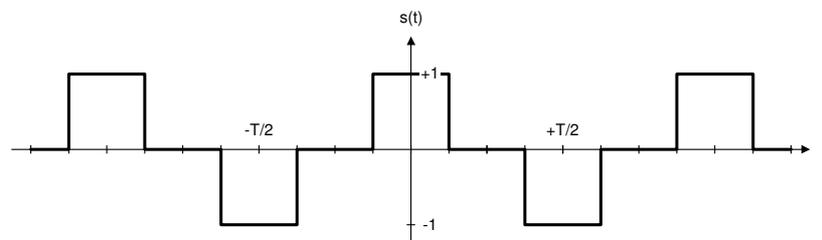
- Berechnen Sie die Fouriertransformation des nebenstehenden Pulses.
- Skizzieren Sie den Betrag des Amplitudendichtespektrums.

**Aufgabe 163**

Geben Sie die Fouriertransformation des nebenstehenden Pulses an.

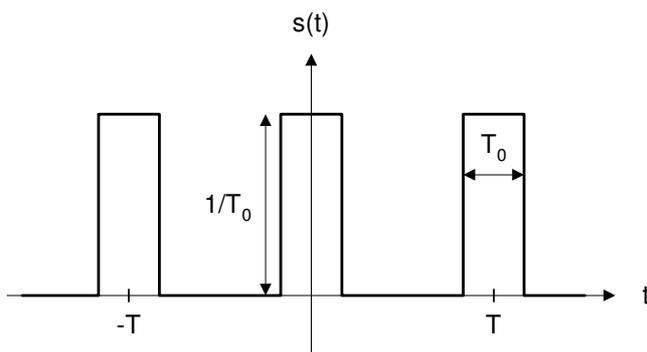
**Aufgabe 164**

Gegeben ist ein periodisches Signal  $s(t)$ .



- Berechnen Sie allgemein die Koeffizienten  $a_k$  der Fourierreihenzerlegung.  
**Tipp:** Verwenden Sie als Integrationsintervall den Bereich  $-T/2 \leq t \leq +T/2$
- Geben Sie für  $0 \leq k \leq 3$  die numerischen Werte von  $a_k$  an.
- Wie gross ist der Effektivwert der Grundschwingung? Es gilt  $b_k = 0$ .

## Aufgabe 165



Gegeben ist das nebenstehende periodische Signal  $s(t)$ .

- Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten  $\underline{c}_k$ .
- Wie gross ist der Gleichanteil des Signals?
- Welche Aussage gilt für die komplexen Fourierkoeffizienten, wenn  $T_0$  gegen Null geht?

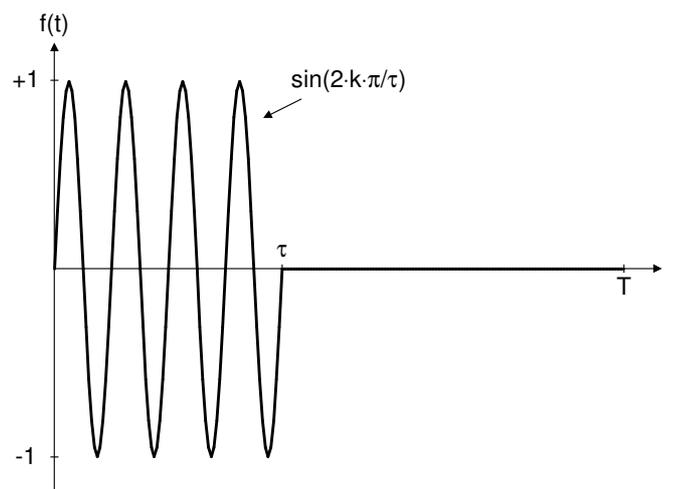
**Tipps:**

$$\frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2 \cdot j} = \sin(\alpha)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} = 1$$

## Aufgabe 166

Gegeben ist eine Periode einer periodischen Funktion  $f(t)$ .



- Berechnen Sie die komplexen Koeffizienten  $\underline{c}_n$  der Fourierreihenentwicklung von  $f(t)$ . Nehmen Sie dazu an, dass  $k$  eine ganze Zahl ist.

- Rechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten  $\underline{c}_n$  in die reellen Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  um.

**Tipps:** Stellen Sie die Sinusfunktion mit Hilfe von Exponentialfunktionen dar.

Denken Sie daran, dass  $e^{j2\pi k} = e^{-j2\pi k} = 1$ , falls  $k$  eine ganze Zahl ist.

## Aufgabe 167

Eine Spannung

$$u(t) = 1 + \sqrt{2} \cdot 3\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t) + \sqrt{2} \cdot 4\text{V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t) \\ - \sqrt{2} \text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) + \sqrt{2} \cdot 2\text{V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) \\ + \sqrt{2} \cdot 0.5\text{V} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 300\text{Hz} \cdot t) - \sqrt{2} \cdot 0.5\text{V} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 400\text{Hz} \cdot t)$$

ist gegeben.

a) Berechnen Sie den Effektivwert  $U_{\text{eff}}$  der Spannung.

b) Wie gross ist der Klirrfaktor  $k$  der Spannung?

Zusätzlich sei ein Strom

$$i(t) = 0.5 + \sqrt{2} \cdot 9\text{A} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot t) - \sqrt{2} \cdot 4\text{A} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100\text{Hz} \cdot t) - \sqrt{2} \cdot 1.5\text{A} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 400\text{Hz} \cdot t)$$

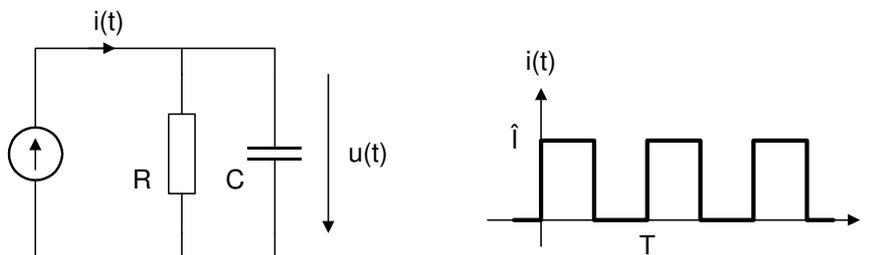
gegeben.

c) Welche mittlere Wirkleistung wird mit  $u(t)$  und  $i(t)$  verbraucht?

## Aufgabe 168

Eine Stromquelle erzeugt eine periodische Folge von Rechteckimpulsen, welche eine Parallelschaltung eines Kondensators  $C$  mit einem Widerstand  $R$  speist. Es gilt die Beziehung:

$$\frac{T}{R \cdot C} = 2\pi$$



Die Fourierzerlegung des Stroms  $i(t)$  liefert das Resultat

$$i(t) = \frac{\hat{I}}{2} + \frac{\hat{I}}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot n}{T} \cdot t\right)$$

a) Bestimmen Sie die komplexe Amplitude  $\underline{I}_n$  der  $n$ -ten Harmonischen des Stroms  $i(t)$ .

b) Berechnen Sie die komplexe Amplitude  $\underline{U}_n$ , die durch die komplexe Amplitude  $\underline{I}_n$  an der RC-Schaltung erzeugt wird. Geben Sie den Betrag  $|\underline{U}_n|$  und den Phasenwinkel  $\angle \underline{U}_n$  an.

c) Berechnen Sie aus der komplexen Amplitude  $\underline{U}_n$  den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_n(t)$ .

d) Geben Sie einen Ausdruck für die Spannung  $u(t)$  über der RC-Schaltung an.

**Aufgabe 169**

- a) Die Fourierreihenentwicklung kann
- nur auf periodische Funktionen angewendet werden,
  - auf alle stetigen Funktionen angewendet werden,
  - auf alle Funktionen angewendet werden.

- b) Das Integral

$$\frac{2}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos\left(\frac{8 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \cdot dt$$

berechnet den Fourierkoeffizienten

- $a_4$ ,
  - $a_8$ ,
  - $b_8$ .
- c) Die komplexe Fourierreihenentwicklung ist
- genauer als die reelle Fourierreihenentwicklung
  - eine andere Darstellung der Fourierreihenentwicklung
  - auch auf nichtperiodische Funktionen anwendbar.
- d) Ist  $f(t)$  eine ungerade Funktion, so existieren die Koeffizienten  $\underline{c}_n$
- nur für gerade  $n$ ,
  - nur für ungerade  $n$ ,
  - im allgemeine für gerade und ungerade  $n$ .
- e) Ist  $f(t)$  eine gerade Funktion, so existieren
- komplexe Koeffizienten  $\underline{c}_n$ ,
  - nur reelle Koeffizienten  $\underline{c}_n$ ,
  - nur imaginäre Koeffizienten  $\underline{c}_n$ .
- f) Das Integral

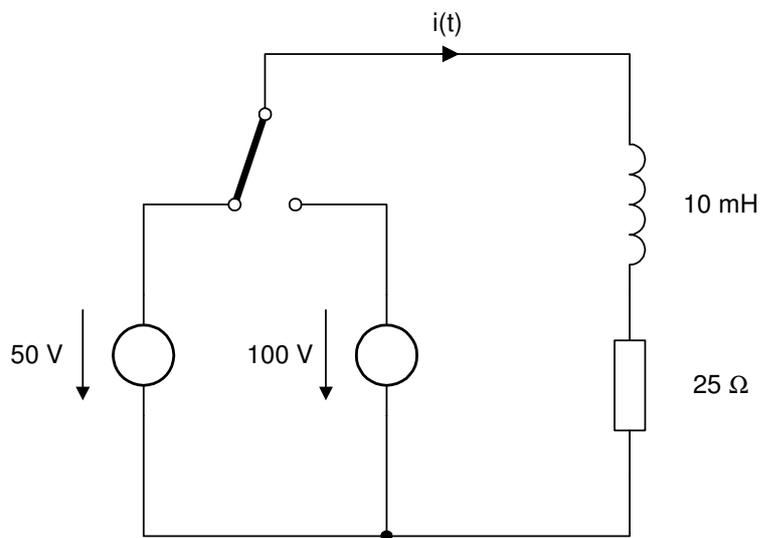
$$\frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t)^2 \cdot dt$$

mit der mittelwertfreien, periodischen Funktion  $f(t)$  kann durch folgende Summe berechnet werden:

$$\square \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \quad \square \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2 \quad \square \frac{1}{2} \left( \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \right) \cdot \left( \sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \right)$$

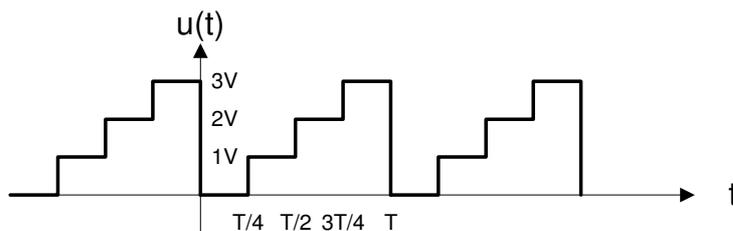
## Aufgabe 170

Der Schalter in der nachfolgenden Schaltung befinde sich seit sehr langer Zeit in der gezeichneten Position. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird er umgeschaltet.



- Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Stromes  $i(t)$ .
- Skizzieren Sie  $i(t)$ .

## Aufgabe 171



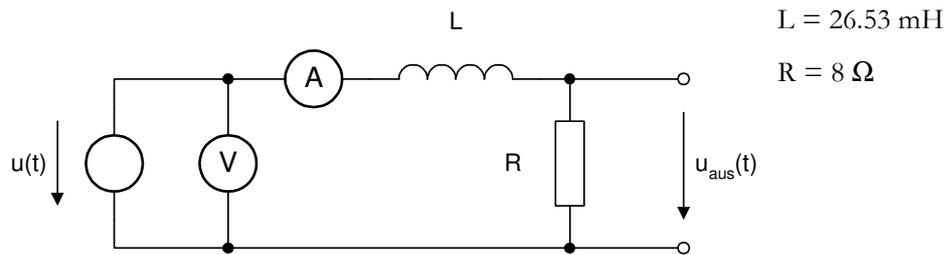
Der nebenstehende Spannungsverlauf ist eine Treppenfunktion mit einer Stufenhöhe von 1 V. Die Periodendauer beträgt  $T = 1$  ms. Die Breite einer Treppenstufe ist  $T/4$ .

- Bestimmen Sie den Fourierkoeffizienten  $a_0$ .
- Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten  $a_k$ .
- Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten  $b_k$ .
- Die Spannung  $u(t)$  wird auf ein ideales Bandpassfilter, welches den Frequenzbereich  $2500 \text{ Hz} \leq f \leq 5500 \text{ Hz}$  durchlässt, gegeben. Berechnen Sie den Effektivwert der Spannung am Ausgang des Filters.

**Tipps:**

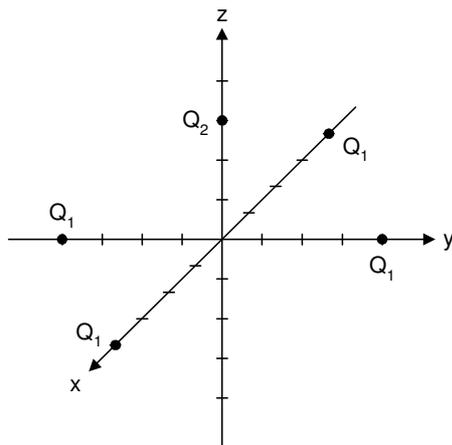
$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

**Aufgabe 172**

$$\begin{aligned}
 u(t) &= 6\text{V} \\
 &+ \sqrt{2} \cdot 15\text{V} \cdot \cos(2\pi \cdot 20\text{Hz} \cdot t) \\
 &+ \sqrt{2} \cdot 30\text{V} \cdot \sin(2\pi \cdot 60\text{Hz} \cdot t) \\
 &+ \sqrt{2} \cdot 50\text{V} \cdot \cos(2\pi \cdot 80\text{Hz} \cdot t + \pi/6)
 \end{aligned}$$

- Welchen Effektivwert zeigt das Voltmeter an?
- Welchen Effektivwert zeigt das Ampèremeter an?
- Welche Wirkleistung liefert die Quelle?
- Wie gross ist der Effektivwert von  $u_{\text{aus}}(t)$ ?

**Aufgabe 173**

Vier Ladungen von je  $Q_1 = 20 \mu\text{C}$  sind in den Punkten  $(\pm 4 \text{ m}, 0, 0)$  und  $(0, \pm 4 \text{ m}, 0)$  angeordnet. Berechnen Sie die Kraft die auf eine Probeladung  $Q_2 = 100 \mu\text{C}$  im Punkt  $(0, 0, 3 \text{ m})$  wirkt. Wie gross ist in diesem Punkt die elektrische Feldstärke?

**Aufgabe 174**

Berechnen Sie die elektrische Feldstärke am Ort  $(0, 0, 5) \text{ m}$  aufgrund der beiden Ladungen  $Q_1 = 0.35 \mu\text{C}$  im Punkt  $(0, 4, 0) \text{ m}$  und  $Q_2 = -0.55 \mu\text{C}$  im Punkt  $(3, 0, 0) \text{ m}$ .

Wie gross ist die Beschleunigung, welche auf ein Elektron in diesem Punkt wirkt? ( $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

## Aufgabe 175

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion:

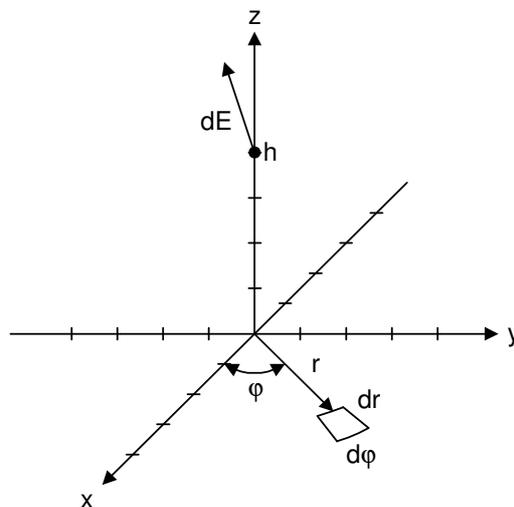
$$\underline{H}(\omega) = \frac{-\omega^2}{\omega_0^2 + j \cdot 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \omega_0 - \omega^2}$$

Der reelle Parameter  $\xi$  wird als Dämpfungsmass bezeichnet.

- Formen Sie  $\underline{H}(\omega)$  so um, dass die Übertragungsfunktion nur noch von der normierten Kreisfrequenz  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$  (und vom Dämpfungsmass  $\xi$ ) abhängt. Berechnen Sie allgemein den Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion.
- Diskutieren Sie den Verlauf des Amplitudengangs (Asymptoten für  $\Omega \ll 1$  und  $\Omega \gg 1$ , Wert für  $\Omega = 1$ ). Für welchen Wert von  $\xi$  erhalten Sie bei  $\Omega = 1$  gerade 3 dB Dämpfung?
- Diskutieren Sie den Verlauf des Phasengangs (Werte für  $\Omega = 0$ ,  $\Omega = 1$  und  $\Omega \rightarrow \infty$ ).
- Skizzieren Sie das Bodediagramm für  $\xi = 0.05$ .

## Aufgabe 176

Wir betrachten ein sehr kleines Flächenelement, das sich in der Ebene  $z = 0$  im Abstand  $r$  vom Ursprung und im Winkel  $\varphi$  gegenüber der x-Achse befindet. Das Flächenelement kann näherungsweise als Rechteck mit den Seitenlängen  $dr$  und  $d\varphi$  betrachtet werden. Diese Rechteck trägt eine Ladung  $dQ = \rho \cdot dr \cdot d\varphi$ . Der Parameter  $\rho$  wird als Flächenladungsdichte bezeichnet.



- Berechnen Sie die Feldstärke  $d\vec{E}$  im Punkt  $(0, 0, h)$ , die durch die Ladung des Flächenelements verursacht wird.
- Wie gross ist die z-Komponenten von  $d\vec{E}$ ?
- Welche Feldstärke  $d\vec{E}$  resultiert im Punkt  $(0, 0, h)$ , falls die ganze Ebene  $z = 0$  mit der Flächenladungsdichte  $\rho$  aufgeladen ist?

## Aufgabe 177

Die elektrische Feldstärke über einer unendlich grossen, gleichmässig mit der Flächenladungsdichte  $\rho = 2 \text{ mC/m}^2$  geladenen Platte beträgt im Abstand  $r$  von der Platte:

$$\vec{E}(r) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\rho}{2 \cdot \epsilon_0} \end{bmatrix}$$

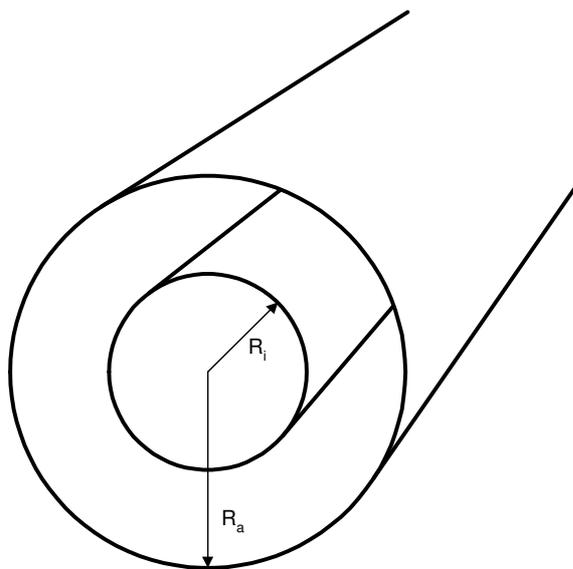
- Verifizieren Sie dieses Resultat, indem Sie die dritte Maxwell-Gleichung auf eine geeignete Hüllfläche anwenden.
- Welche Arbeit muss geleistet werden, um eine Probeladung von  $Q = 1 \text{ mC}$  von der Plattenoberfläche um  $d = 1 \text{ m}$  abzuheben?
- Berechnen Sie die Spannung zwischen den Punkten  $(0, 0, 1) \text{ m}$  und  $(3, 4, 2) \text{ m}$ .
- Berechnen Sie das elektrische Potential  $\varphi(r)$  in Abhängigkeit des Abstands  $r$ , falls auf der Plattenoberfläche gelten soll:  $\varphi(0) = 0$ .
- Beschreiben Sie die Äquipotentialflächen sowie die Feldlinien dieses Feldes.

## Aufgabe 178

Ein Kugelvolumen ( $r \leq R$ ) ist gleichmässig mit der Volumenladungsdichte  $\rho$  geladen.

- Benutzen Sie die dritte Maxwell-Gleichung, um den Betrag der Verschiebungsdichte  $D(r)$  im Abstand  $r$  vom Ursprung zu bestimmen. (Sie müssen die beiden Fälle  $r \leq R$  und  $r > R$  unterscheiden).
- Vergleichen Sie das Resultat für  $r > R$  mit der Verschiebungsdichte, welche durch eine punktförmige Ladung im Ursprung erzeugt würde.

## Aufgabe 179



Ein Zylinderkondensator besteht aus einem Innenleiter mit dem Radius  $R_i$  und einem Aussenleiter mit Radius  $R_a$ . Der Innenleiter sei gleichmässig mit der Linienladungsdichte  $+\rho$ , der Aussenleiter mit  $-\rho$  geladen.

- Berechnen Sie den Betrag der Verschiebungsdichte im Abstand  $R_i < r < R_a$  von der Zylinderachse. Sie dürfen dazu annehmen, dass der Zylinder unendlich lang ist.
- Wie gross ist die Spannung zwischen Aussenleiter und Innenleiter?

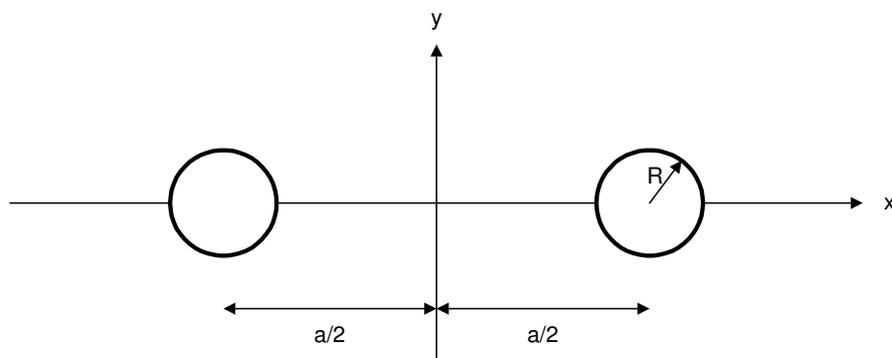
## Aufgabe 180

Ein Kugelkondensator besteht aus zwei voneinander isolierten, konzentrischen Kugelflächen mit den Radien  $R_a > R_i$ . Die Flächen sei mit  $+Q$ , resp.  $-Q$  geladen.

- Benutzen Sie die dritte Maxwell-Gleichung, um den Betrag der Verschiebungsdichte  $D(r)$  im Abstand  $R_i \leq r \leq R_a$  vom Kugelmittelpunkt zu bestimmen.
- Wie gross ist die Spannung zwischen den beiden Kugelflächen?
- Wie gross ist die Kapazität dieser Anordnung?

## Aufgabe 181

In dieser Aufgabe soll die Kapazität einer Doppelleitung berechnet werden. Diese besteht aus zwei langen Leitern (Länge  $l$ ) mit dem Radius  $R$  im Abstand  $a$ . Die Leiter tragen die Ladung  $+Q$ , resp.  $-Q$ . Zusätzlich soll gelten  $R \ll a$ , so dass angenommen werden darf, dass die Ladungen gleichmässig auf dem Leiter verteilt sind.



- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke zwischen den beiden Leitern entlang der x-Achse.  
Tipp: Überlagerung der Felder der beiden Leiter.
- Welche Spannung  $U$  herrscht zwischen den beiden Leitern?
- Wie gross ist die Kapazität dieser Anordnung?
- Wie vereinfacht sich das Resultat, wenn Sie  $R \ll a$  berücksichtigen?

**Tipp:**

$$\int_{-\frac{a}{2}+R}^{\frac{a}{2}-R} \left( \frac{1}{x + \frac{a}{2}} + \frac{1}{\frac{a}{2} - x} \right) dx = 2 \cdot \ln \left( \frac{a-R}{R} \right)$$

## Aufgabe 182

Die Ebene  $z = 0$  bildet die Trennfläche zwischen zwei Materialien mit den relativen

Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_{r, \text{unten}} = 1$  und  $\epsilon_{r, \text{oben}} = 2$ . Der Verschiebungsdichtevektor  $\vec{D}$  ist für das untere Material mit

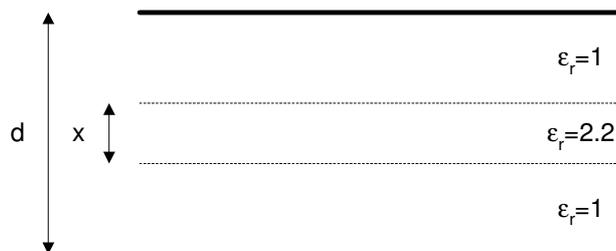
$$\vec{D}_{\text{unten}} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

gegeben.

- Bestimmen Sie den Verschiebungsdichtevektor im oberen Material.
- Berechnen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts die beiden Einfallswinkel zwischen den Verschiebungsvektoren und der  $z$ -Achse.
- Verifizieren Sie, dass das Brechungsgesetz erfüllt ist.

## Aufgabe 183

Zur Dickenmessung von Papier ( $\epsilon_r \approx 2.2$ ) wird ein Plattenkondensator verwendet. Die Elektroden haben die Fläche  $A = 0.15 \text{ m}^2$ , deren Abstand sei  $d = 1 \text{ mm}$ .



- Berechnen Sie allgemein die Kapazität der Anordnung in Abhängigkeit der Papierdicke  $x$ .
- Wie gross ist die Kapazität für eine Papierdicke von  $x = 0.45 \text{ mm}$ ?

## Aufgabe 184

Auf der  $x$ -Achse beträgt die Ladungsdichte konstant  $\rho = 5 \mu\text{C}/\text{m}$ .

- Geben Sie den Verschiebungsdichtevektor  $\vec{D}$  im Punkt  $(3, 2, 1) \text{ m}$  an.

## Aufgabe 185

Gegeben sei

$$\vec{D} = 500 \cdot e^{-0.1 \cdot x} \cdot \vec{e}_x \cdot \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

- Berechnen Sie den elektrischen Fluss durch eine Fläche von  $1 \text{ m}^2$ , welche senkrecht zur  $x$ -Achse steht und zwar bei  $x = 1 \text{ m}$ .
- Wiederholen Sie die Berechnung für  $x = 5 \text{ m}$  und  $x = 10 \text{ m}$ .

## Aufgabe 186

Gegeben sei

$$\vec{D} = (5 \cdot x^2 \cdot \vec{e}_x + 10 \cdot z \cdot \vec{e}_z) \cdot \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

- Berechnen Sie den gesamten elektrischen Fluss durch einen Würfel mit einer Kantenlänge von 2 m, dessen Kanten parallel zu den Koordinatenachsen sind und dessen Mittelpunkt mit dem Ursprung des Koordinatensystems zusammenfällt.
- Welche Gesamtladung wird vom Würfel eingeschlossen und wie ist diese verteilt?
- Wie gross ist die Spannungsdifferenz zwischen den Punkten (0, 0, 0) m und (1, 1, 1) m? ( $\epsilon = \epsilon_0$ )

## Aufgabe 187

In einem Koaxialkabel wird ein Innenleiter mit Radius  $R_i = 0.5$  mm durch periodisch angeordnete Isolatoren ( $\epsilon_r = 5.5$ ) vom Aussenleiter mit Radius  $R_a = 5$  mm isoliert.



- Berechnen Sie die Kapazität des Kabels pro Meter.

## Aufgabe 188

Die eine Elektrode eines Kondensators sei eine mit  $+Q$  geladene Kugel mit Radius  $R$ . Die andere Elektrode befinde sich unendlich weit weg.

- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im Abstand  $r$  von der Kugel ( $r \geq R$ ).
- Wie gross ist die Potentialdifferenz zwischen den beiden Elektroden?
- Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.
- Wie gross ist die Kapazität der Erdkugel ( $R = 6350$  km)?

## Aufgabe 189

In den Erdboden mit der spezifischen Leitfähigkeit  $\kappa = 0.005$  S/m wird eine sehr lange, gut leitende Stange als Erdungspunkt versenkt. Die Stange hat die Länge  $l = 17$  m und den Durchmesser  $d = 7.5$  cm. Das Strömungsfeld kann als zylindrisch angenommen werden.

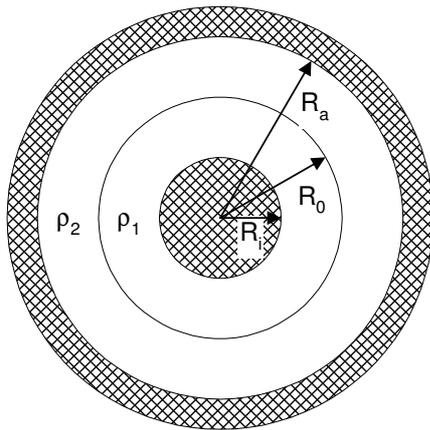
- Berechnen Sie die Stromdichte  $j(r)$  im Abstand  $r$  vom Mittelpunkt der Stange, wenn ein Erdungsstrom  $I$  fliesst.
- Berechnen Sie die Spannung zwischen der Stange und einem unendlich weit entfernten Punkt.
- Wie gross ist der Leitwert der Anordnung?
- Berechnen Sie die Spannung zwischen zwei Punkten im Abstand  $r_1 = 10$  m und  $r_2 = 10.6$  m vom Mittelpunkt der Stange, wenn ein Erdungsstrom von  $I = 70$  kA fliesst.

## Aufgabe 190

Ein Koaxialkabel mit Innenradius  $R_i$  und Aussenradius  $R_a$  sei mit einem Isolationsmaterial mit spezifischem Widerstand  $\rho$  gefüllt.

- Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der Stromdichte  $j(r)$  und der elektrischen Feldstärke bei vorgegebenem Gesamtstrom  $I$ .
- Berechnen Sie den Widerstand des Koaxialkabels pro Laufmeter.

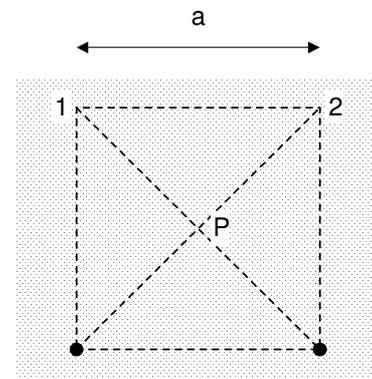
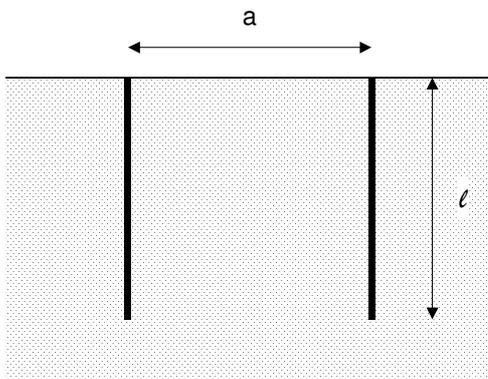
## Aufgabe 191



In einem Koaxialkabel der Länge  $l$  sind zwei Isolationsmaterialien mit unterschiedlichen spezifischen Widerstandswerten  $\rho_1$  und  $\rho_2$  übereinander geschichtet.

- Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der Stromdichte  $j(r)$  und der elektrischen Feldstärke  $E(r)$  bei vorgegebenem Gesamtstrom  $I$ .
- Wie gross ist die Spannung zwischen Innen- und Aussenleiter?
- Wie gross ist der Widerstand des Kabels pro Laufmeter?
- Gilt nach wie vor  $D_{1n} = D_{2n}$  und, falls nein, wieso nicht?

## Aufgabe 192



Zwei ideal leitende Stangen werden parallel zueinander in den (homogenen) Erdboden eingelassen (siehe Schnitt- und Aufsichtsskizze).

Gegeben:	Durchmesser der Stangen	$d$
	Abstand der Stangen	$a$
	Länge der Stangen	$l$
	Spezifische Leitfähigkeit	$\kappa$
	Strom	$I$

- Wie gross ist die elektrische Feldstärke im Punkt P in der Mitte des skizzierten Quadrats?
- Wie gross ist die Spannung zwischen den beiden Stangen?
- Wie gross ist die Spannung zwischen den beiden Quadrateckpunkten 1 und 2?

## Aufgabe 193

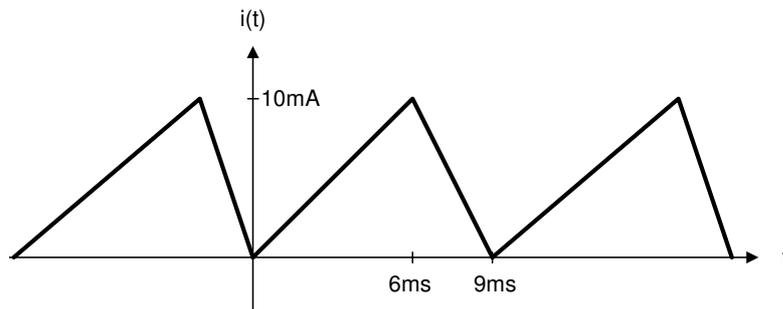
Die international vereinbarte Definition der Stromstärke lautet wie folgt:

*Die Basiseinheit 1 Ampère ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stroms, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fliessend, zwischen diesen Leitern je Meter Leiterlänge die Kraft  $x$  Newton hervorrufen würde.*

- Berechnen Sie die nicht genannte Kraft  $x$ .
- Wo liegen die praktischen Probleme dieser Definition?

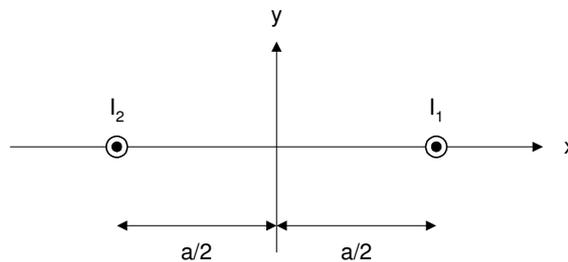
### Aufgabe 194

Gegeben ist ein periodischer Stromverlauf  $i(t)$ .



- Der Strom  $i(t)$  fließt durch eine Spule mit der Induktivität  $L = 0.5\text{ H}$ . Skizzieren Sie den Spannungsverlauf  $u_L(t)$  über der Spule.
- Berechnen Sie die Effektivwerte von  $u_L(t)$  und  $i(t)$ .
- Welche Leistung wird in der Spule in Wärme umgesetzt?

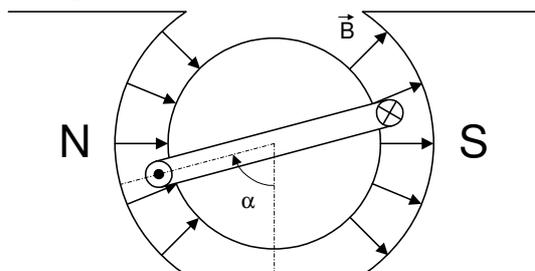
### Aufgabe 195



Zwei dünne, sehr lange, stromdurchflossene Leiter verlaufen in einem kartesischen Koordinatensystem parallel zur  $z$ -Achse. Man berechne die magnetische Flussdichte in der Ebene  $x = 0$ .

- für  $I_1 = I_2 = I$
- für  $I_1 = -I_2 = I$

### Aufgabe 196



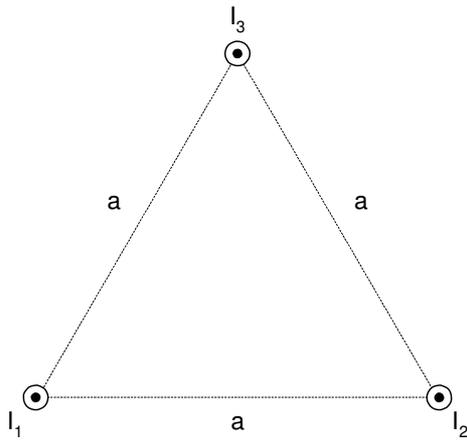
Eine stromdurchflossene, quadratische Leiterschleife (Fläche  $A = a^2$ ) mit  $N$  Windungen befindet sich in einem radialsymmetrischen Magnetfeld der Flussdichte  $B$ .

- Welches Drehmoment wirkt auf die Leiterschleife?
- Die Anordnung wird durch Spiralfedern ergänzt, welche ein Gegendrehmoment erzeugen, das proportional zu einem Winkel  $\alpha$  ist

$$M_{\text{Feder}} = c \cdot \alpha$$

Bestimmen Sie den Winkel  $\alpha$  unter der Voraussetzung, dass die Anordnung im Gleichgewicht ist.

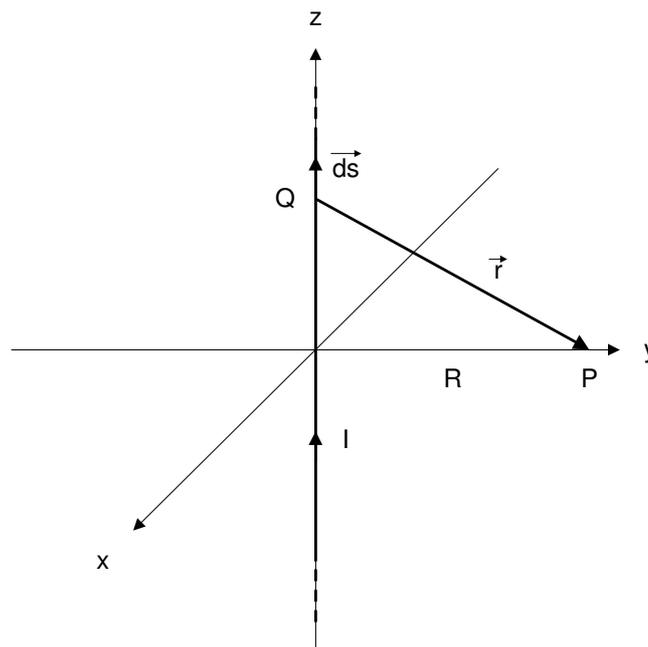
- Wozu kann diese Anordnung verwendet werden?

**Aufgabe 197**

Drei dünne, lange Leiter laufen parallel jeweils im Abstand  $a = 2\text{m}$ . die Stromstärken sind mit  $I_1 = 100\text{ A}$ ,  $I_2 = -40\text{ A}$ ,  $I_3 = 60\text{ A}$  gegeben.

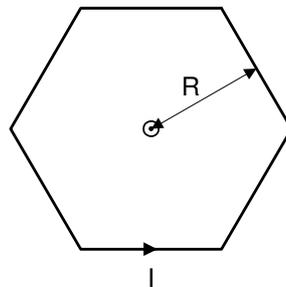
a) Berechnen Sie die Kräfte, die auf jeden der drei Leiter wirken.

## Aufgabe 198



Ein Strom  $I$  fließt in einem unendlich langen Draht entlang der  $z$ -Achse.

- Berechnen Sie mit Hilfe von Biot-Savart die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  in einem Punkt  $P$  auf der  $y$ -Achse, welcher den Abstand  $R$  vom Draht hat.
- Bestimmen Sie die magnetische Feldstärke, falls der Draht eine endliche Länge hat und bei  $z = -\ell/2$  beginnt und bei  $z = +\ell/2$  endet.
- Bestimmen Sie die magnetische Feldstärke in der Mitte eines stromdurchflossenen, regelmäßigen  $n$ -Ecks.



- Welche magnetische Feldstärke ergibt sich für  $n \rightarrow \infty$ ?

**Tipp:**

$$\int \frac{dx}{(x^2 + c^2)^{3/2}} dx = \frac{x}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + c^2}}$$

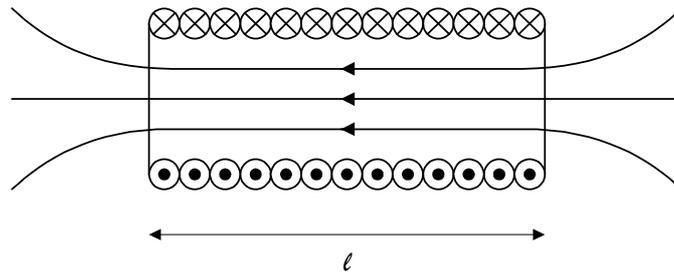
## Aufgabe 199

Ein langer, gerader Draht mit Radius  $R$  wird von einem gleichmässig verteilten Strom  $I$  durchflossen.

- Berechnen Sie die magnetische Feldstärke  $H(r)$  im Innern des Drahtes.

### Aufgabe 200

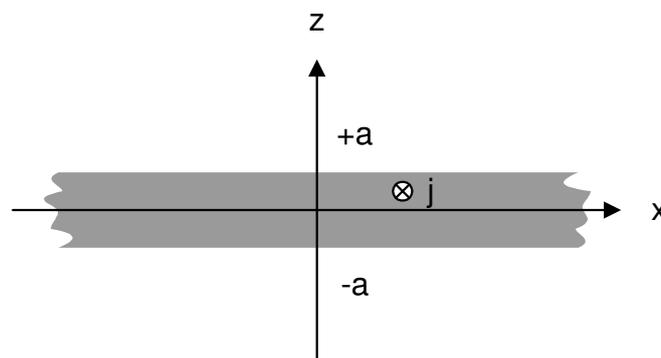
Das magnetische Feld im Innern einer langen Zylinderspule kann näherungsweise als homogen betrachtet werden. Im Aussenraum ist das Feld von so geringer Dichte, dass es vernachlässigt werden kann.



- a) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke im Innern der Zylinderspule, falls diese mit  $N$  Windungen bewickelt ist, die alle vom Strom  $I$  durchflossen werden.

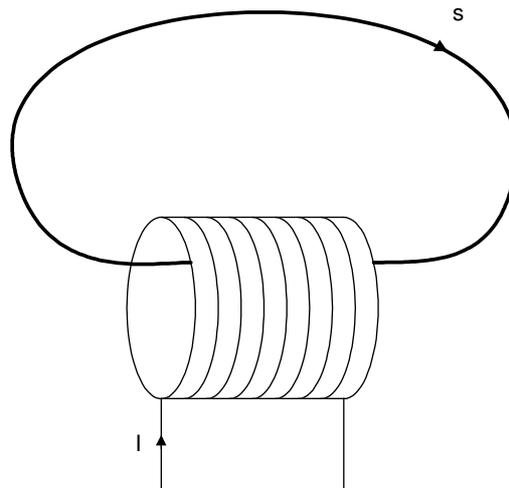
### Aufgabe 201

Zwischen den beiden Grenzflächen  $z = -a$  und  $z = +a$  fließt ein Strom in positiver  $y$ -Richtung. Die Stromdichte ist in diesem Gebiet konstant und beträgt  $\vec{j} = J_0 \cdot \vec{e}_y$ .



- a) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke  $\vec{H}(z)$  in allen Gebieten.

## Aufgabe 202



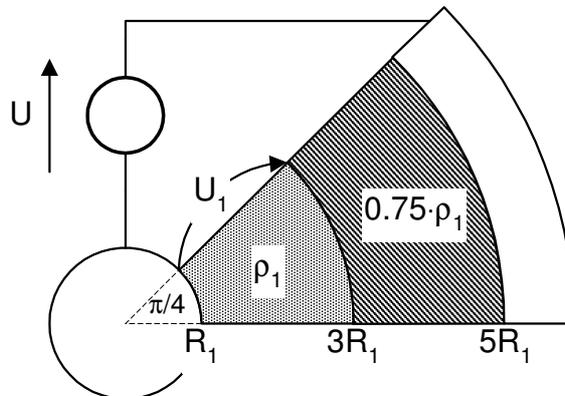
Eine Luftspule wird mit dem Strom  $I = 0.1$  A durchflossen. Die magnetische Feldstärke entlang einer geschlossenen Feldlinie der Länge  $l = 0.1$  m, die durch die Spule führt, verlaufe gemäss der Beziehung

$$H(s) = H_0 \cdot \left( 2 + \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{l} \cdot s\right) \right) \text{ für } 0 \leq s \leq l$$

mit  $H_0 = 12.5$  A/m.

a) Welche Windungszahl hat die Spule?

## Aufgabe 203



Gegeben ist die stromführende Anordnung gemäss Skizze (Dicke  $d$ ). Die Stromspeisung erfolgt über zwei Kontaktflächen. Die Leitfähigkeit der Kontaktmaterialien ist viel grösser als diejenige der Widerstandsmaterialien.

- Die elektrische Feldstärke  $E(r)$  in radialer Richtung im Keil ( $R_1 \leq r \leq 5R_1$ ) ist anzugeben, wenn der Gesamtstrom  $I$  gegeben ist.
- Welcher Anteil  $U_1$  der Gesamtspannung  $U$  fällt über dem inneren Teil des Keils ab?
- Welchen Widerstand besitzt die Anordnung?

### Aufgabe 204

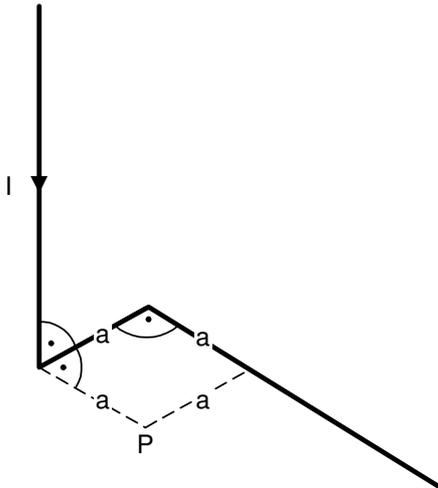
Ein zylindrischer Leiter der Länge  $l$  mit dem Radius  $R_a$  besitzt eine spezifische Leitfähigkeit, welche vom Zentrum bis zur Oberfläche des Leiters exponentiell zunimmt

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{a \cdot \frac{r}{R_a}}$$

d.h. sie steigt vom Wert  $\rho_0$  im Zentrum auf den Wert  $e^a \cdot \rho_0$  an der Oberfläche an.

- a) Gesucht ist der ohmsche Widerstand  $R$  des ganzen Leiters.

### Aufgabe 205



Ein theoretisch unendlich langer, dünner Leiter, der gemäss Skizze zweimal abgewinkelt ist (rechte Winkel) und somit aus drei geraden Teilstücken besteht, führt den Strom  $I$ .

- a) Wie gross ist die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  im Punkt P?

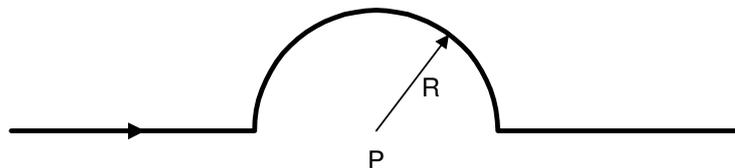
### Aufgabe 206

Ein Stab der Länge  $l$  mit quadratischem Querschnitt  $a \cdot a$  besteht aus Widerstandsmaterial und ist stirnseitig durch zwei Leiterplatten mit sehr hoher Leitfähigkeit gefasst. Die spezifische Leitfähigkeit des Widerstandsmaterials ist nicht konstant sondern steigt von der Boden- zur Deckfläche linear an

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{z}{a}\right)$$

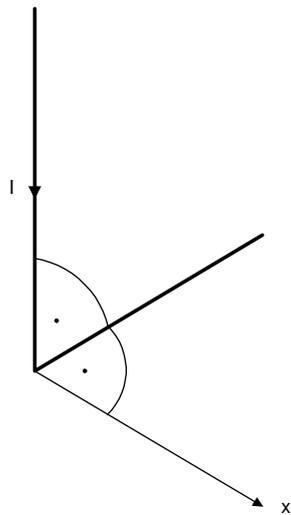
- a) Der Stab führe den Gesamtstrom  $I$ . Wie gross ist die Spannung  $U$  über dem Stab?  
 b) Wie gross ist die Stromdichte  $j(z)$  im Stab als Funktion der Höhe  $z$ ?  
 c) Welchen Widerstand  $R$  besitzt der Stab?

### Aufgabe 207



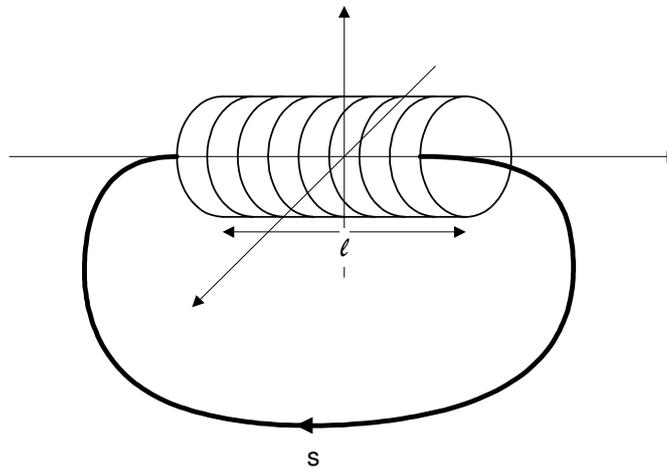
Ein gerader Leiter mit einer halbkreisförmigen Einbuchtung gemäss Skizze wird vom Strom  $I$  durchflossen.

- a) Wie gross ist die magnetische Feldstärke im Kreismittelpunkt P?

**Aufgabe 208**

Ein langer Leiter ist in der Mitte so abgebogen, dass er zwei Teile bildet, die rechtwinklig zueinander sind. Der Leiter führt den Strom  $I$ .

a) Wie gross ist die magnetische Feldstärke  $\vec{H}(x)$  entlang der x-Achse?

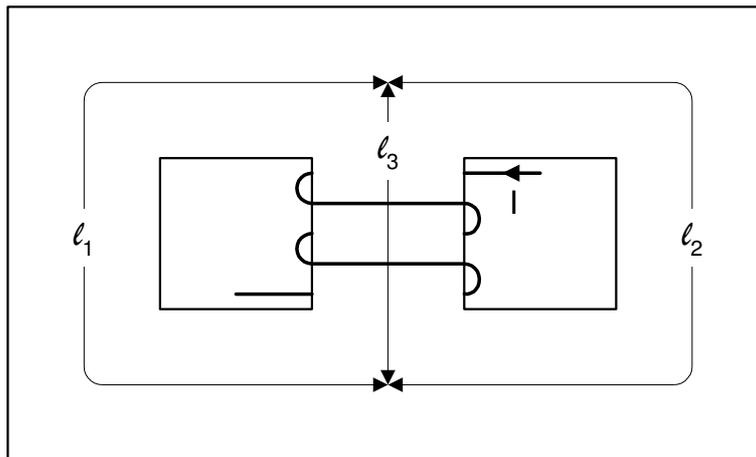
**Aufgabe 209**

Gegeben sei eine Luftspule der Länge  $\ell = 5$  cm. Die magnetische Feldstärke entlang einer Feldlinie ist gegeben durch

$$H(s) = \begin{cases} H_0 & |s| \leq 0.4 \cdot l \\ \frac{H_0}{2} \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{0.2 \cdot l} \cdot (-0.4 \cdot l - |s|)\right) \right) & 0.4 \cdot l \leq |s| \leq 0.6 \cdot l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Auf dem Weg entlang der Feldlinie durchläuft der Parameter  $s$  den Bereich  $-5\ell \leq s \leq 5\ell$ . Für den in der Spule fließenden Strom  $I = 0.1$  A resultiert  $H_0 = 200$  A/m.

a) Wie viele Windungen besitzt die Spule?

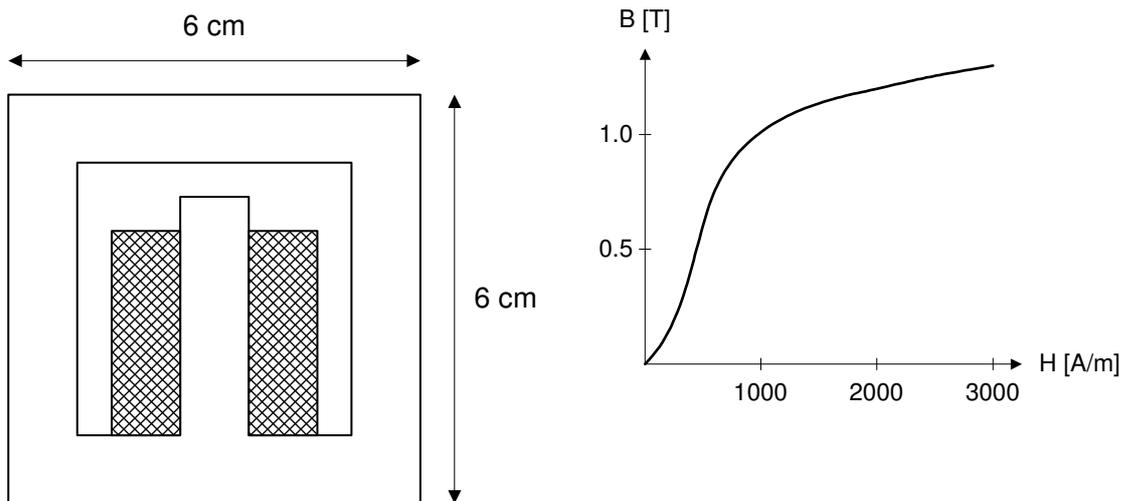
**Aufgabe 210**

Ein Magnetkreis besteht aus drei Zweigen, in denen das magnetische Feld jeweils als homogen betrachtet werden kann. Die mittleren Längen der Zweige betragen  $l_1 = l_2 = 20$  cm und  $l_3 = 7$  cm. Der Querschnitt des Eisen ( $\mu_r = 2500$ ) ist überall konstant  $A_{Fe} = 5$  cm<sup>2</sup>. Im mittleren Zweig befindet sich eine Spule mit  $N = 50$  Windungen, durch die ein Strom  $I$  fließt.

- Zeichnen Sie ein elektrisches Schaltbild der Anordnung.
- Die magnetische Flussdichte soll  $B_{\max} = 0.4$  T nirgends überschreiten. Wie gross darf der Strom  $I$  gewählt werden?

**Aufgabe 211**

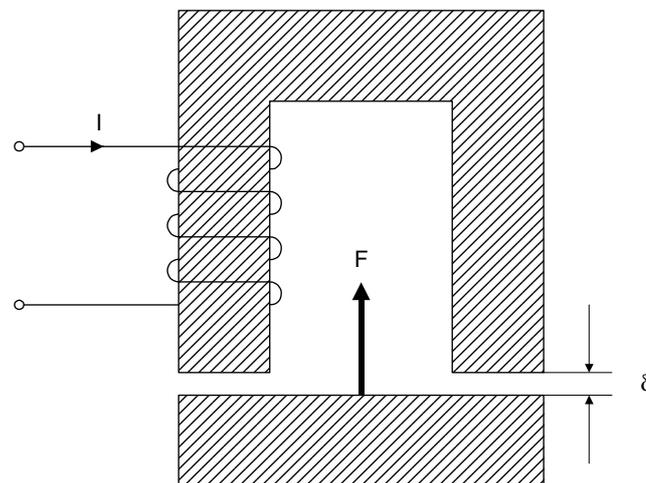
Wiederholen Sie die Aufgabe 210. Der rechte Zweig soll nun jedoch einen Luftspalt von  $l_{\text{Luft}} = 1$  mm Länge aufweisen.

**Aufgabe 212**

Der skizzierte magnetische Kreis bestehe aus einem geblechten Eisenkern mit der gegebenen Magnetisierungskurve. Ferner sind die folgenden Grössen gegeben:

- Querschnitt  $A_{Fe} = (1.5 \times 1.5) \text{ cm}^2 = 2.25 \text{ cm}^2$
- Luftspaltweite  $l_L = 1 \text{ mm}$
- Windungszahl  $N = 500$
- Strom in der Spule  $I = 2 \text{ A}$

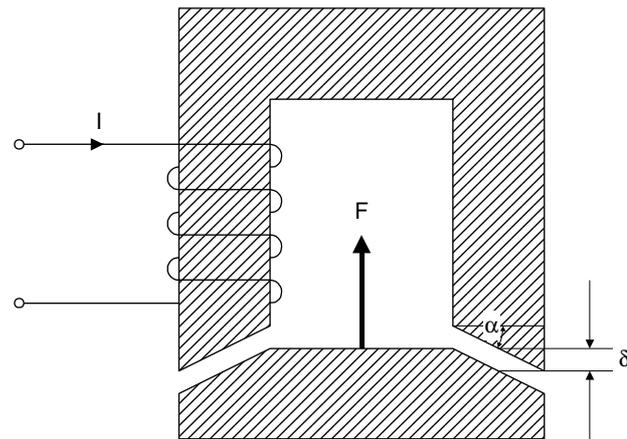
Gesucht ist die magnetische Flussdichte im Luftspalt.

**Aufgabe 213**

Eine Spule mit  $N$  Windungen wird von Strom  $I$  durchflossen und erzeugt ein Magnetfeld, welches auf den beweglichen Anker eine Anziehungskraft  $F$  ausübt. Der Querschnitt des Luftspaltes sei mit  $A$  gegeben.

- a) Berechnen Sie die Kraft  $F$ .

## Aufgabe 214

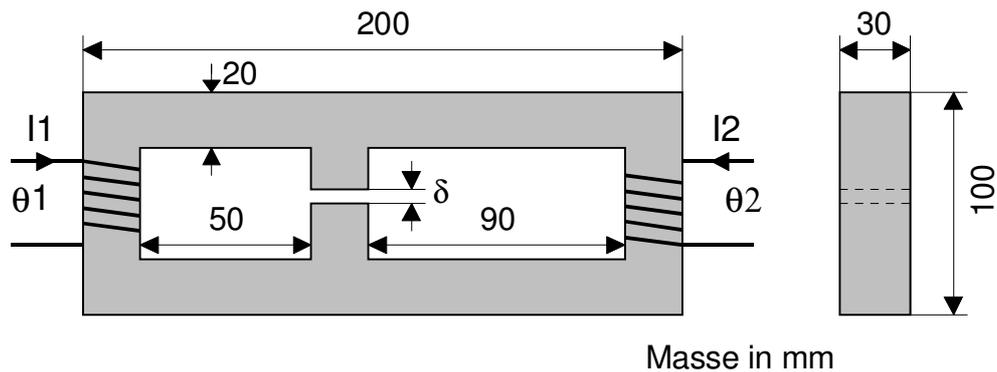


Die Anordnung von Aufgabe 1 wird so geändert, dass die gegenüberliegenden Seiten angeschrägt werden. Der vertikale Abstand  $\delta$  sei der gleiche wie zuvor.

a) Berechnen Sie nun die Kraft  $F$ .

**Tipp:** Berechnen Sie zunächst die Kraft, welche auf die Ankerflächen wirkt. Die gesuchte Kraft ist der vertikale Anteil dieser Ankerkraft.

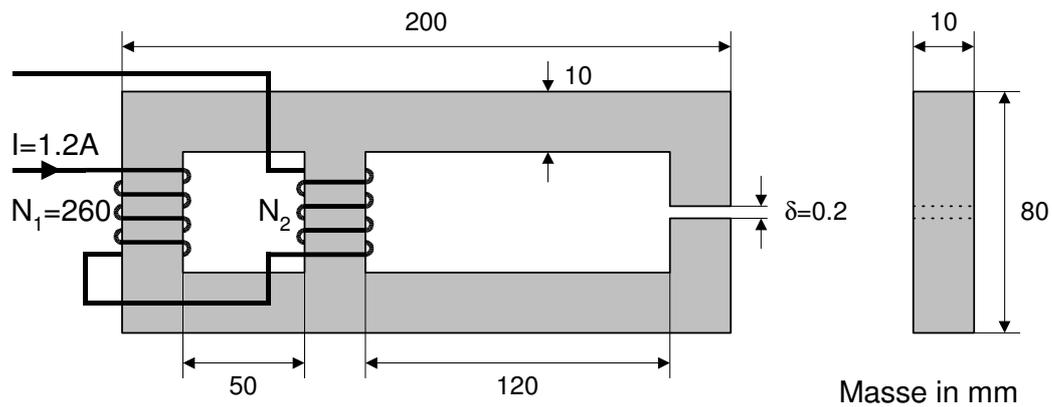
## Aufgabe 215



Gegeben : Kreisgeometrie, Material ist legiertes Blech  
 Querschnitte überall gleich gross  
 $\Theta_1 = 270 \text{ A}$   
 $B_{\text{Luft}} = 1.2 \text{ T}$  bei einem  $\delta$  von 0.2 mm

Gesucht : Wie gross wird  $B_{\text{Luft}}$ , falls der Luftspalt versehentlich 0.3 mm wird?  
 Die beiden Durchflutungen  $\Theta_1$  und  $\Theta_2$  sollen dabei gleich bleiben.

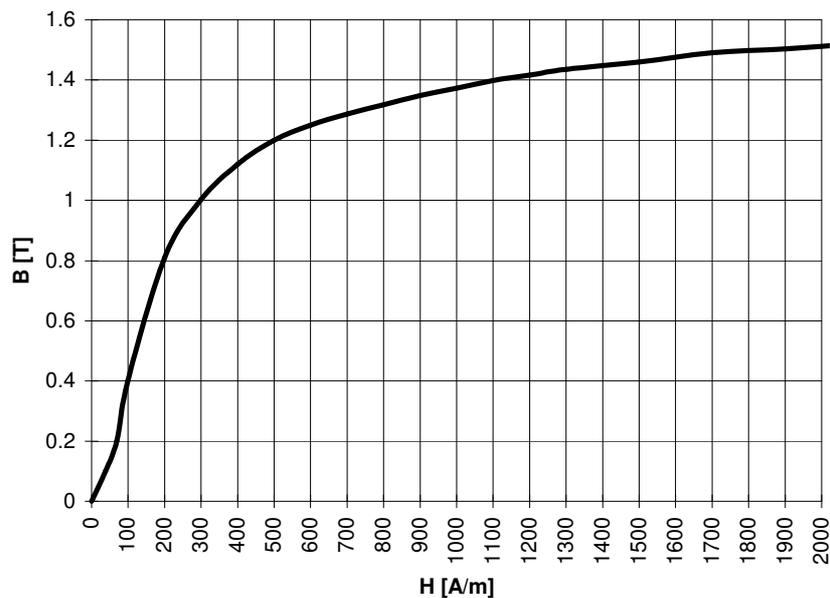
## Aufgabe 216



- Gegeben : Kreisgeometrie, Material Dynamoblech  
 Eisenquerschnitt überall gleich gross  
 Erweiterung des Luftspalt-Querschnitts<sup>5</sup>:10 %  
 Streuung: 0 %

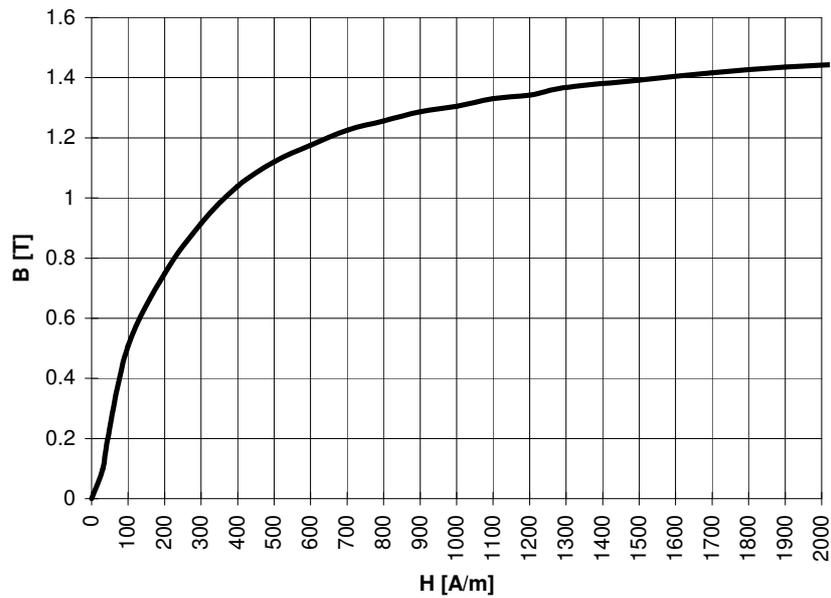
Gesucht : Wie gross ist  $N_2$  zu wählen, damit im Luftspalt  $\delta$  eine Anfangskraft  $F$  von 44 N entsteht?

### Magnetisierungskennlinie, Dyn.-Blech

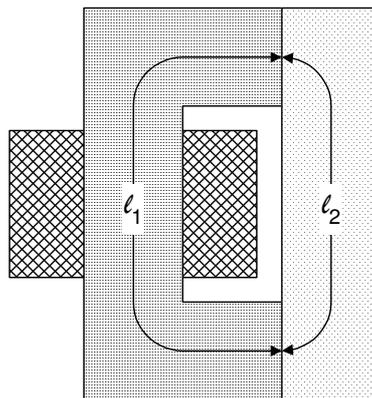


<sup>5</sup> Aufgrund der Ausweitung der Feldlinien im Luftspalt wird dort mit einem Querschnitt gerechnet, der um 10% grösser als derjenige des Eisens ist.

### Magnetisierungskennlinie, Leg.-Blech



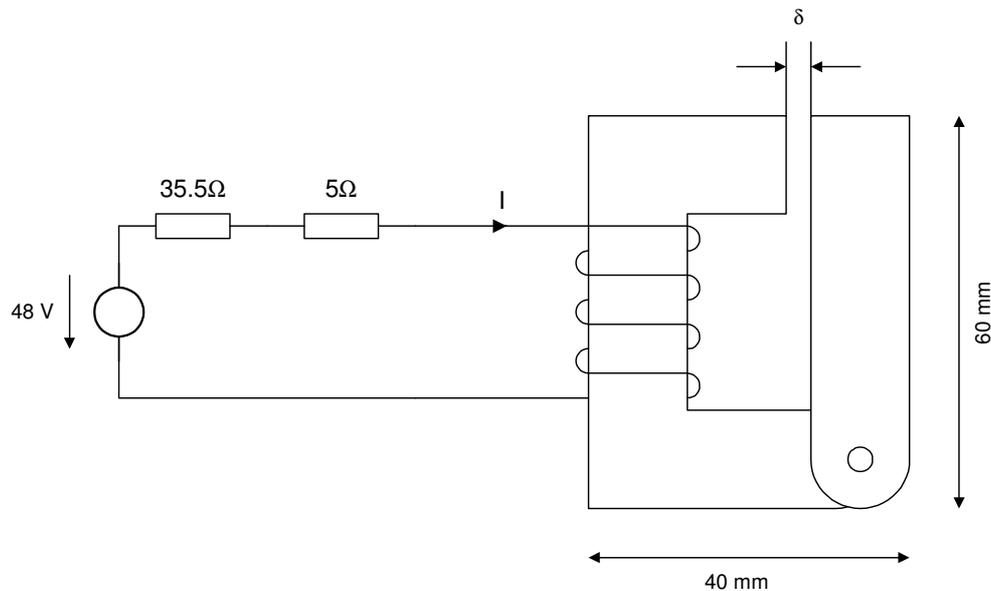
### Aufgabe 217



Ein magnetischer Kreis besteht aus Nickel-Eisen-Legierung im Abschnitt 1, ( $l_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $A_1 = 2.25 \text{ cm}^2$ ) und aus Guss-Stahl im Abschnitt 2 ( $l_2 = 8 \text{ cm}$ ,  $A_2 = 3 \text{ cm}^2$ ). Die Durchflutung beträgt  $\Theta = 40 \text{ A}$ .

- a) Bestimmen Sie die magnetischen Flussdichten  $B_1$  und  $B_2$  in beiden Abschnitten.

## Aufgabe 218



Gegeben :  $\delta_{\text{Anfang}} = 1 \text{ mm}$ ,  $\delta_{\text{Ende}} = 0.2 \text{ mm}$

Windungszahl der Spule:  $N = 500$

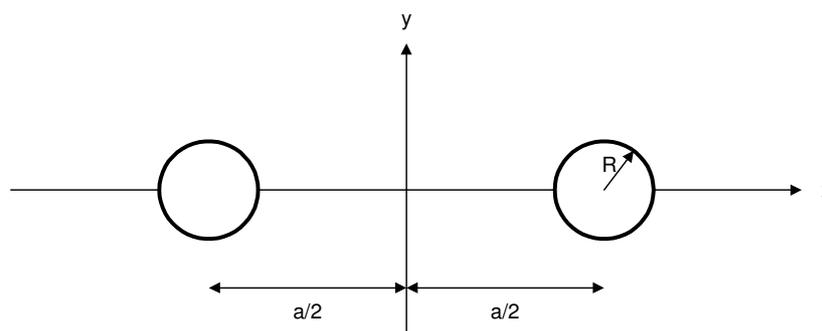
Eisenquerschnitt überall gleich gross:  $A_{\text{Fe}} = 10 \times 10 \text{ mm}^2$

Material: legiertes Blech

- Mit welcher Anfangskraft wird der Anker unmittelbar nach dem Einschalten angezogen?
- Auf welchen Wert muss der  $35.5 \Omega$  Widerstand geändert werden, damit der Anker nach dem Anziehen mit gleicher Kraft wie unter a) hält?

## Aufgabe 219

Ein Kondensator besteht aus zwei kleinen Kugeln mit Radius  $R$  im Abstand  $a$ . Die Kugeln seien mit  $+Q$ , resp.  $-Q$  geladen. Im Vergleich zum Abstand  $a$  ist der Radius der Kugeln  $R$  so klein, dass von einer gleichmässigen Ladungsverteilung auf den Kugeln ausgegangen werden darf.



- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke zwischen den beiden Kugeln entlang der x-Achse.
- Welche Spannung  $U$  herrscht zwischen den beiden Kugeln?
- Wie gross ist die Kapazität dieser Anordnung?
- Wie vereinfacht sich das Resultat, wenn Sie  $R \ll a$  berücksichtigen?

**Tipp:**

$$\int (x+c)^n \cdot dx = \frac{(x+c)^{n+1}}{n+1} \text{ für } n \neq -1$$

## Aufgabe 220

Gegeben sei die Übertragungsfunktion:

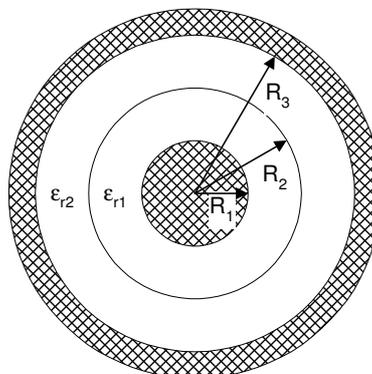
$$\underline{H}(\omega) = \frac{\omega_0}{j \cdot \omega} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + j \cdot \frac{\omega \cdot \omega_0}{Q} - \omega^2}$$

Der reelle Parameter Q wird als Güte bezeichnet.

- Formen Sie  $\underline{H}(\omega)$  so um, dass die Übertragungsfunktion nur noch von der normierten Kreisfrequenz  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$  (und von der Güte Q) abhängt. Berechnen Sie allgemein den Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion.
- Diskutieren Sie den Verlauf der Übertragungsfunktion für  $\Omega \ll 1$ . Was können Sie über die entsprechenden Asymptoten des Amplituden- und Phasengangs im Bodediagramm aussagen?
- Diskutieren Sie den Verlauf der Übertragungsfunktion für  $\Omega \gg 1$ . Was können Sie über die entsprechenden Asymptoten des Amplituden- und Phasengangs im Bodediagramm aussagen?
- Berechnen Sie die Übertragungsfunktion für  $\Omega = 1$ . Wie gross ist der Amplituden- und der Phasenwert bei dieser Frequenz?
- Skizzieren Sie das Bodediagramm für  $Q = 10$ .

## Aufgabe 221

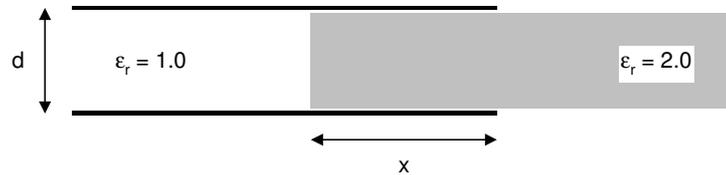
Gegeben ist ein koaxiales Kabel mit zwei unterschiedlichen Isolationsmaterialien mit den relativen Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_{r1} = 2.25$  und  $\epsilon_{r2} = 1$ . Die Radien betragen  $R_1 = 1$  cm,  $R_2 = 2$  cm und  $R_3 = 3$  cm. Innen- und Aussenleiter sind entgegengesetzt geladen und zwar mit  $\rho = \pm 1 \mu\text{C}/\text{m}$ .



- Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der elektrischen Feldstärke  $E(r)$  für  $0 \leq r \leq R_3$ .
- Wie gross ist die Spannung zwischen Innen- und Aussenleiter?
- Bestimmen Sie die Kapazität des Kabels pro Meter.
- Wie gross müsste der Radius  $R_2$  gewählt werden, damit die Maxima des Feldstärkeverlaufs gleich gross werden?
- Zwischen Innen- und Aussenleiter soll nun ein Isolationsmaterial mit kontinuierlich veränderlicher Dielektrizitätskonstante eingesetzt werden. Wie muss der Verlauf der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(r)$  gewählt werden, damit die Feldstärke im Innern des Kabels konstant  $E_0 = 500$  kV/m beträgt?

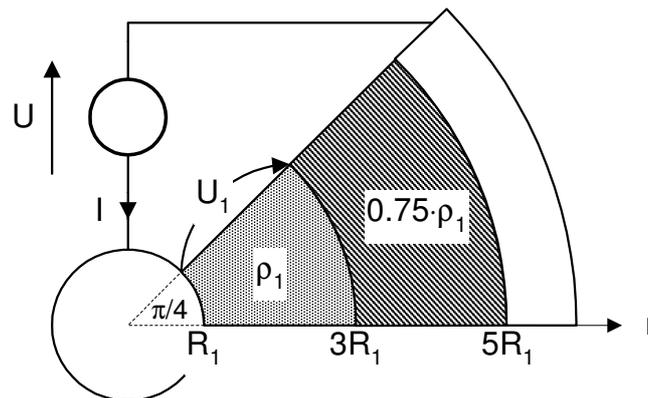
## Aufgabe 222

- A) In einen Plattenkondensator mit quadratischen Platten der Fläche  $A$  im Abstand  $d$  wird ein Isolationsmaterial mit relativer Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r = 2$  geschoben. Die Ladung  $Q$  auf den Elektroden soll dadurch nicht verändert werden. Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators in Abhängigkeit der Eintauchtiefe  $x$ . Welche Arbeit ist für das vollständige Einschleiben des Dielektrikums nötig? In welcher Richtung wirkt die Kraft auf das Dielektrikum?



- B) An einem Ort auf der Oberfläche eines Leiters sei die Flächenladungsdichte  $\rho$  bekannt. Was können Sie über den Verschiebungsfeldvektor an diesem Ort aussagen (Mit Begründung)?
- C) Im homogenen Feld eines Plattenkondensators (Abstand der Platten  $d = 1\text{ mm}$ ) befinden sich geladene Öltröpfchen mit der Masse  $m = 2.5 \cdot 10^{-12}\text{ kg}$ . Ohne elektrisches Feld sinken die Öltröpfchen mit einer Geschwindigkeit von  $v = 7\text{ mm/s}$ . Bei einer Spannung von  $U = 10.2\text{ kV}$  über dem Kondensator sinken die Öltröpfchen nicht mehr. Berechnen Sie die Ladung eines Öltröpfchens ( $g = 9.81\text{ m/s}^2$ ).

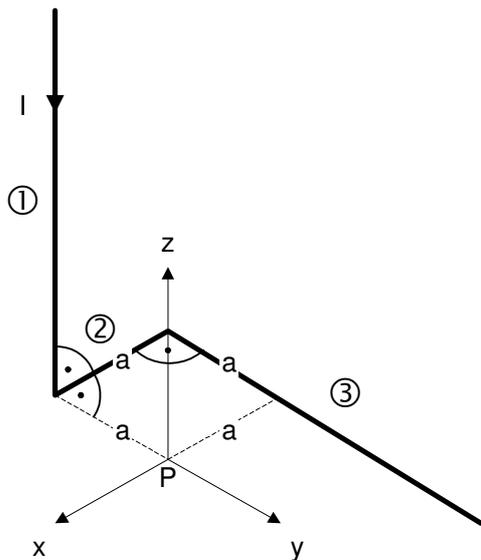
## Aufgabe 223



Gegeben ist die stromführende Anordnung gemäss Skizze. Ein  $45^\circ$ -Keil der Dicke  $d$  besteht aus zwei verschiedenen Widerstandsmaterialien mit den spezifischen Widerständen  $\rho_1$ , resp.  $0.75 \cdot \rho_1$ . Die Stromspeisung erfolgt über zwei Kontaktflächen, deren Leitfähigkeit viel grösser als diejenige der Widerstandsmaterialien ist. Das Strömungsfeld darf als radial angenommen werden.

- Geben Sie den Verlauf der Stromdichte  $j(r)$  im Bereich  $R_1 \leq r \leq 5R_1$  an, wenn der Gesamtstrom  $I$  gegeben ist.
- Die elektrische Feldstärke  $E(r)$  in radialer Richtung im Keil ( $R_1 \leq r \leq 5R_1$ ) ist anzugeben
- Welcher Anteil  $U_1$  der Gesamtspannung  $U$  fällt über dem inneren Teil des Keils ab?
- Welchen Widerstand besitzt die Anordnung?

### Aufgabe 224



Ein theoretisch unendlich langer, dünner Leiter, der gemäss Skizze zweimal abgewinkelt ist (rechte Winkel) und somit aus drei geraden Teilstücken besteht, führt den positiven Strom  $I$ . Die drei Teilstücke sind jeweils parallel zu einer der drei Koordinatenachsen.

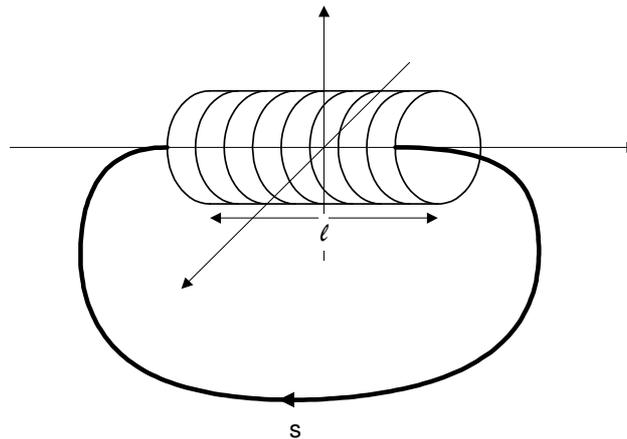
a) Geben Sie für jedes Leiterteilstück (①, ②, ③) an, welche Richtung der durch das Teilstück verursachte Magnetfeldvektor im Punkt  $P = (0, 0, 0)$  hat.

b) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  im Punkt  $P$ .

**Tipp:**

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

### Aufgabe 225



Gegeben sei eine Luftspule der Länge  $l = 5$  cm. Die magnetische Feldstärke entlang einer Feldlinie ist gegeben durch

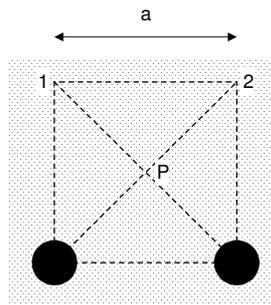
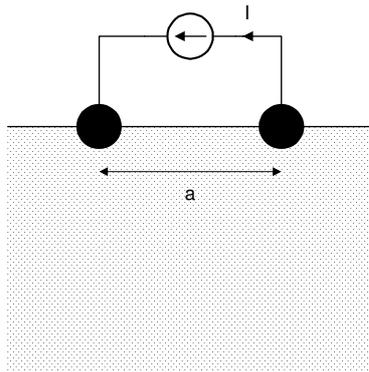
$$H(s) = \begin{cases} H_0 & |s| \leq 0.4 \cdot l \\ \frac{H_0}{2} \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{0.2 \cdot l} \cdot (-0.4 \cdot l + |s|)\right) \right) & 0.4 \cdot l \leq |s| \leq 0.6 \cdot l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Feldlinie hat die Länge  $L$ , das heisst auf dem Weg entlang der Feldlinie durchläuft der Parameter  $s$  den Bereich  $-L/2 \leq s \leq L/2$ . Für den in der Spule fliessenden Strom  $I = 0.1$  A resultiert  $H_0 = 200$  A/m.

a) Zeichnen Sie den Verlauf der magnetischen Feldstärke in Funktion des Parameters  $s$  auf.

b) Berechnen Sie das Linienintegral  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$  entlang der gegebenen Feldlinie.

c) Wie viele Windungen besitzt die Spule?

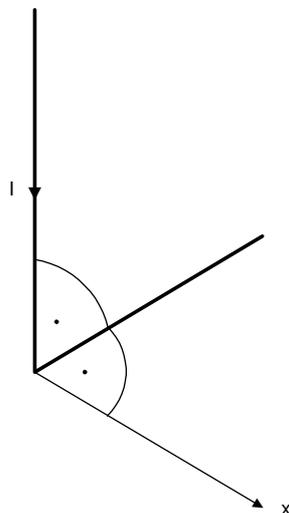
**Aufgabe 226**

Zwei Kugelelektroden tauchen je zur Hälfte in eine elektrolytische Flüssigkeit ein. Die Ausdehnung des Trogs ist gross gegenüber dem Abstand der Kugeln. Die folgenden Grössen sind gegeben.

- R: Kugelradius  
 a: Abstand der Kugelelektroden  
 $\rho$ : spezifischer Widerstand der elektrolytischen Flüssigkeit  
 I: Strom

Es gelte  $a \gg R$ .

- Wie gross ist die elektrische Feldstärke im Punkt P in der Mitte des skizzierten Quadrats?
- Wie gross ist die Spannung zwischen den beiden Kugeln?
- Wie gross ist die Spannung zwischen den beiden Quadrateckpunkten 1 und 2?

**Aufgabe 227**

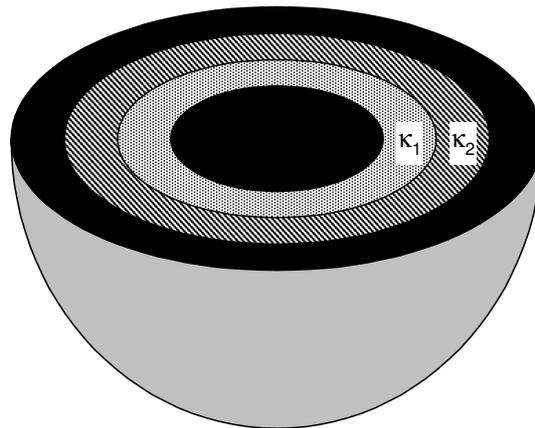
Ein langer Leiter ist in der Mitte so abgebogen, dass er zwei Teile bildet, die rechtwinklig zueinander sind. Der Leiter führt den Strom I.

- Wie gross ist die magnetische Feldstärke  $\vec{H}(x)$  entlang der x-Achse?
- Geben Sie die Richtung des Vektors an.

**Tipp:**

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

## Aufgabe 228



Zwei leitende Halbkugeln sind konzentrisch angeordnet. Zwischen den beiden Halbkugeln befinden sich zwei Schichten von leitfähigen Werkstoffen. Gegeben sind die folgenden Grössen

- Aussenradius der inneren Halbkugel:  $R_i$
- Innenradius der äusseren Halbkugel:  $R_a$
- Grenze zwischen den beiden leitfähigen Stoffen:  $R_0$
- Spezifische Leitfähigkeit des inneren Stoffes:  $\kappa_1$
- Spezifische Leitfähigkeit des äusseren Stoffes:  $\kappa_2$
- Spannung zwischen den beiden Halbkugeln:  $U$

- a) Berechnen Sie den Strom, welcher zwischen den beiden Halbkugeln fliesst.
- b) Geben Sie den Verlauf der Stromdichte  $j(r)$  im Bereich  $R_i \leq r \leq R_a$  an.
- c) Geben Sie den Verlauf der elektrischen Feldstärke  $E(r)$  zwischen den beiden Halbkugeln an.
- d) Welcher Anteil  $U_1$  der Gesamtspannung  $U$  fällt über dem inneren Werkstoff ab?

## Aufgabe 229

In einem runden, sehr langen Draht mit dem Radius  $R$  ist die Stromdichte vom Abstand  $r$  von der Drahtachse abhängig:

$$j(r) = J_0 \cdot e^{-\frac{R-r}{\delta}} \quad 0 \leq r \leq R$$

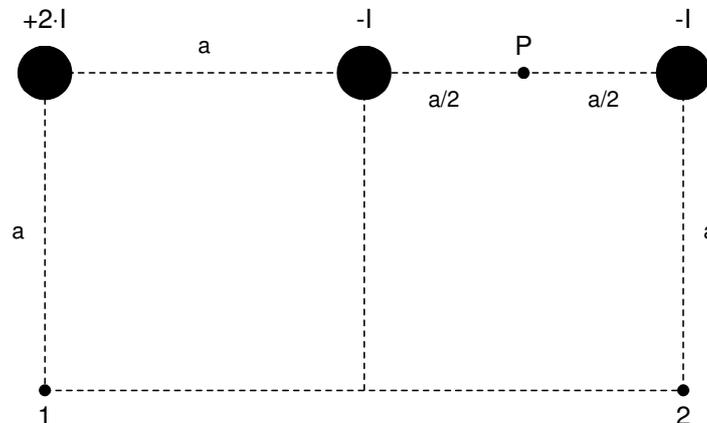
- a) Berechnen Sie den Gesamtstrom  $I$  durch den Draht.
- b) Berechnen Sie das magnetische Feld  $H(r)$  im Innern und ausserhalb des Drahts.
- c) Wie vereinfacht sich das Resultat aus a), wenn  $R \gg \delta$  gilt?

**Tipp:**

$$\int x \cdot e^{c \cdot x} dx = \frac{e^{c \cdot x}}{c^2} \cdot (c \cdot x - 1)$$

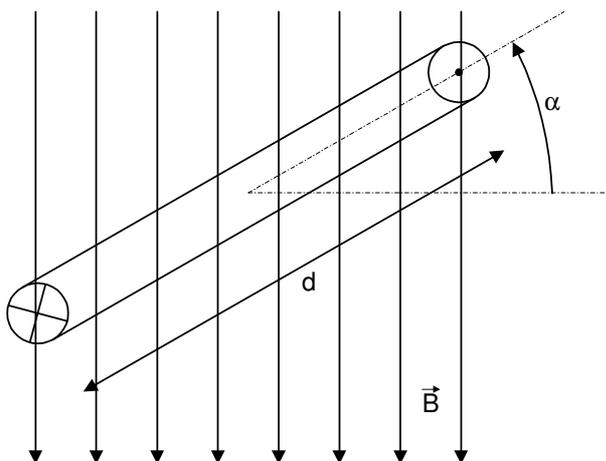
### Aufgabe 230

Drei leitende Kugel mit dem Radius  $R$  befinden sich jeweils im Abstand  $a$  ( $a \gg R$ ) in einem Material mit dem spezifischen Widerstand  $\rho$ . In die linke Kugel wird der Strom  $2I$  eingespeist, welcher aus den beiden rechten Kugeln je zur Hälfte wieder rausfließt.



- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im Punkt P in der Mitte zwischen den beiden rechten Kugeln.
- Berechnen Sie die Potentialdifferenz zwischen den Punkten 1 und 2.

### Aufgabe 231

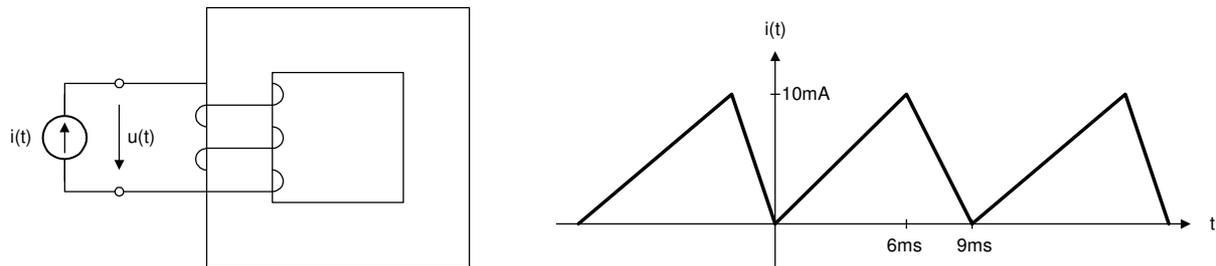


Eine Leiterschleife mit der Fläche  $A = d \cdot l$  befindet sich in einem homogenen, zeitlich konstanten Magnetfeld.

- Berechnen Sie den magnetischen Fluss durch die Leiterschleife in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$ .
  - Die Schleife werde nun mit der Kreisfrequenz  $\omega$  gedreht. Wie ist nun der zeitliche Verlauf des magnetischen Flusses  $\Phi(t)$ ?
  - Berechnen Sie die in der Leiterschleife induzierte Spannung  $u_{\text{ind}}(t)$ .
  - Wie ist der zeitliche Verlauf der in der Schleife in Wärme umgewandelten Leistung, wenn die Leiterschleife einen Widerstand  $R$  aufweist?
- e) Welches Drehmoment muss zum Drehen der Schleife aufgewendet werden?

## Aufgabe 232

In eine Spule ( $N = 1000$  Windungen) mit Eisenkern (Querschnitt  $A_{Fe} = 1 \text{ cm}^2$ , mittlere Eisenlänge  $\ell_{Fe} = 20 \text{ cm}$ ,  $\mu_{Fe} = 3000 \cdot \mu_0$ ) wird der skizzierte Strom eingespeist.

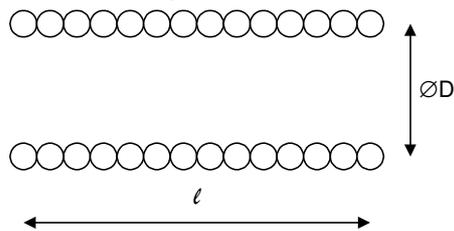


- Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf der magnetischen Flussdichte  $B_{Fe}(t)$  im Eisenkern.
- Welchen Spannungsverlauf  $u(t)$  beobachten Sie an den Spulenklammern?
- Wie gross ist die Induktivität der Spule?

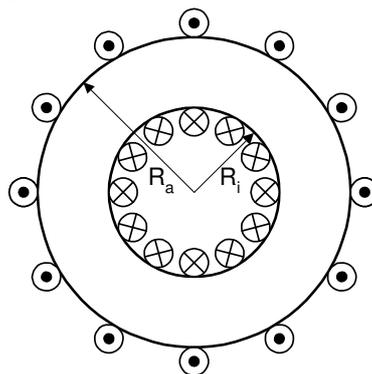
## Aufgabe 233

Berechnen Sie (wenn immer möglich ohne die Vorlesungsunterlagen zu benutzen) die Induktivitäten der beiden nachfolgenden Spulen.

- Lange Zylinderspule, Länge  $\ell$ , kreisrunder Querschnitt mit Durchmesser  $D$ ,  $N$  Windungen.

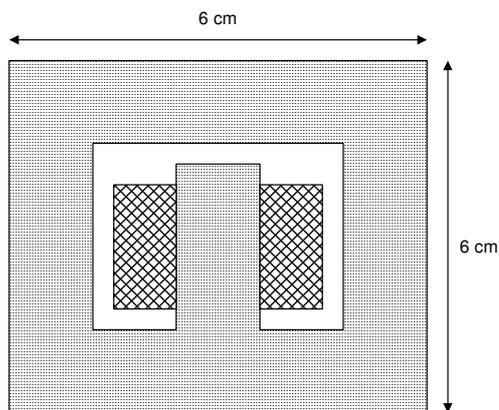


- Ringkernspule, innerer Radius  $R_i$ , äusserer Radius  $R_a$ , Höhe der Querschnittsfläche  $h$ ,  $N$  Windungen, relative Permeabilität des Kerns  $\mu_r$ .



## Aufgabe 234

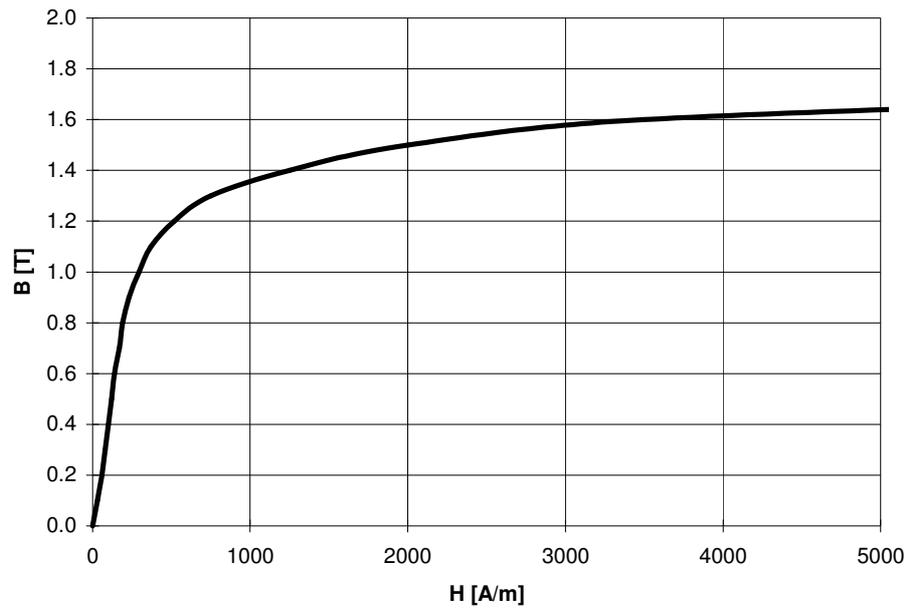
Der skizzierte magnetische Kreis bestehe aus einem geblechten Eisenkern.



Füllfaktor <sup>6</sup>	$\rho = 0.8$
Eisenquerschnitt	$A_{Fe} = 1.5 \text{ cm}^2$ quadratisch
Luftspaltweite	$l_L = 1 \text{ mm}$
Luftspaltquerschnitt	$A_L = A_{Fe}$
Windungszahl	$N = 500$
Magnetisierungskennlinie	s. Beilage

- Skizzieren Sie den Verlauf der magnetischen Flussdichte im Luftspalt in Funktion des Stroms  $I$ .
- Bestimmen Sie die Selbstinduktivität der Spule für  $I = 1 \text{ A}$  und  $I = 2 \text{ A}$ .

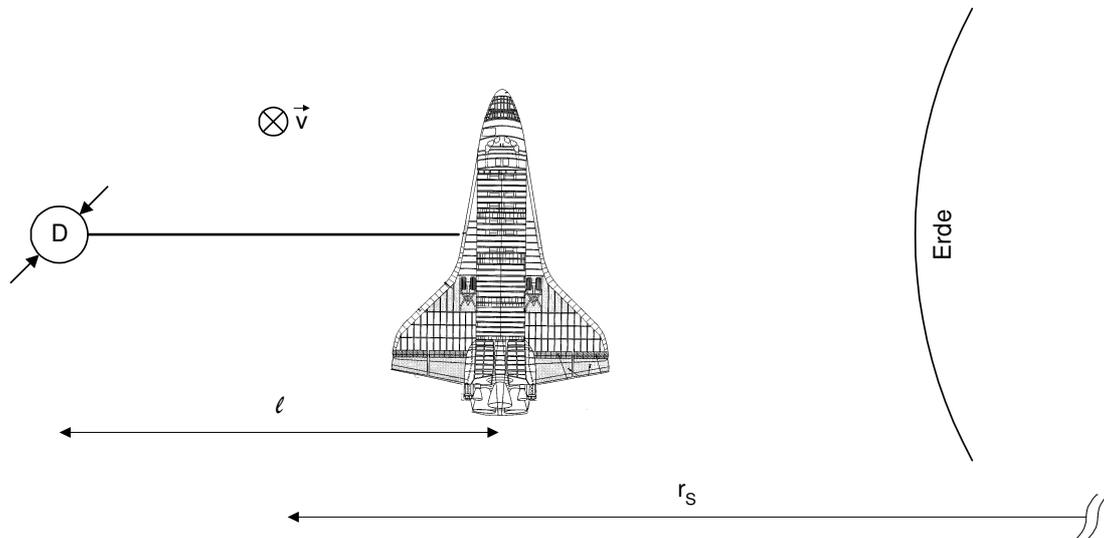
<sup>6</sup> Der effektive Eisenquerschnitt beträgt  $A_{Fe,eff} = \rho \cdot A_{Fe}$ .



<b>B [T]</b>	<b>H [A/m]</b>
0.0	0
0.1	30
0.2	60
0.3	80
0.4	100
0.5	120
0.6	140
0.7	170
0.8	190
0.9	230
1.0	295
1.1	370
1.2	520
1.3	750
1.4	1250
1.5	2000
1.6	3500
1.7	7900
1.8	12000
1.9	19100
2.0	30500
2.1	50700

## Aufgabe 235

Im Februar 1996 unternahm die amerikanische Weltraumbehörde NASA den Versuch, von einem Space Shuttle einen gefesselten Hilfssatelliten auszubringen, der an einem langen, isolierten elektrischen Leiter hing. Der Versuch scheiterte damals aufgrund eines Leiterbruchs.



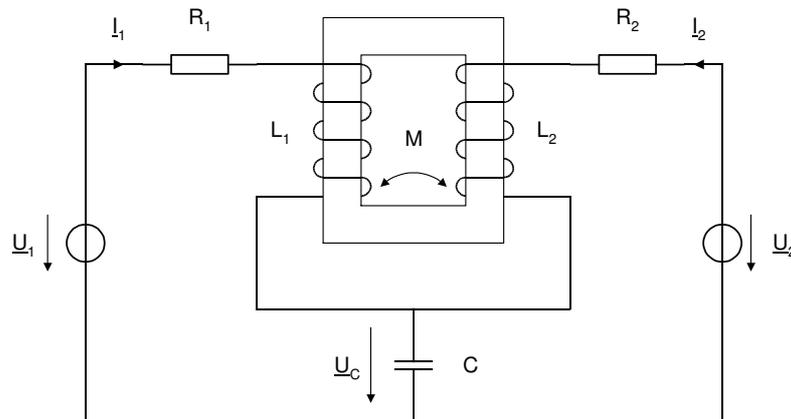
Der Leiter der Länge  $l$  zeigt radial von der Erde weg und bewegt sich in der Bahnebene des Space Shuttles mit der Geschwindigkeit  $v$ . Hierbei schneidet der Leiter das erdmagnetische Feld. Dessen B-Vektor ist um den Winkel  $\beta$  gegenüber der Bewegungsrichtung des Systems geneigt.

Im elektrischen Leiter wird in Folge der Bewegung durch das Magnetfeld eine Spannung  $U$  induziert. Das gesamte System bewegt sich durch die leitfähige Ionosphäre, so dass ein Stromrückfluss vom kugelförmigen, metallischen Hilfssatelliten zum Space Shuttle möglich wird.

Bahnradius des Systems:.....	$r_s = 6680 \text{ km}$
Umlaufdauer des Systems um die Erde: .....	$T = 1.5 \text{ Stunden}$
Länge des Leiterdrahtes:.....	$l = 20 \text{ km}$
Durchmesser des Hilfssatelliten: .....	$D = 1.6 \text{ m}$
Leitfähigkeit des Leitermaterials:.....	$\rho = 2 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$
Durchmesser des Leiterdrahtes: .....	$d = 0.5 \text{ mm}$
Betrag des Erdmagnetfeldes: .....	$B = 30 \mu\text{T}$
Winkel des Feldes gegen die Bewegungsrichtung: .....	$\beta = \pi/3$

- Wie gross ist die Bahngeschwindigkeit  $v$  des Systems?
- Wie gross ist die induzierte Leerlaufspannung  $U_i$  zwischen Space Shuttle und Hilfssatellit?
- Wie gross ist der Widerstand  $R_L$  des Leiters?
- Beim Kurzschluss zwischen Leiter und metallischer Aussenhülle fliesse ein Strom  $I_k = 0.5 \text{ A}$ . Gegeben Sie ein Ersatzschema des Weltraumgenerators an und bestimmen Sie den Wert des Rückleitungswiderstands  $R_L$ .
- Zur näherungsweisen Bestimmung des spezifischen Widerstands  $\rho_I$  der Ionosphäre darf ein kugelsymmetrisches Feld zwischen zwei Kugeln mit dem Radius  $r_1 = D/2$  und  $r_2 = l$  angenommen werden. Bestimmen Sie unter dieser Annahme  $\rho_I$ .

## Aufgabe 236

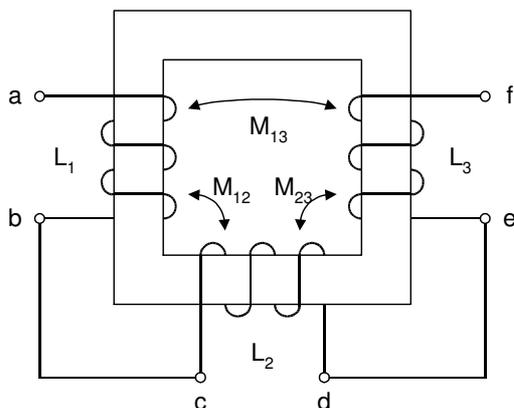


- Leiten Sie für die obenstehende Anordnung ein Schaltbild mit gekoppelten Induktivitäten her und kennzeichnen Sie den Wicklungssinn mit Punkten.
- Stellen Sie die Maschengleichungen für die Schaltung auf.
- Gegeben sind:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= 10 \cdot e^{j0^\circ} & L_1 &= 50\text{mH} \\ \underline{U}_2 &= 10 \cdot e^{j90^\circ} & L_2 &= 50\text{mH} \\ R_1 &= 5\Omega & M &= 20\text{mH} \\ R_2 &= 5\Omega & C &= 1\text{mF} \end{aligned}$$

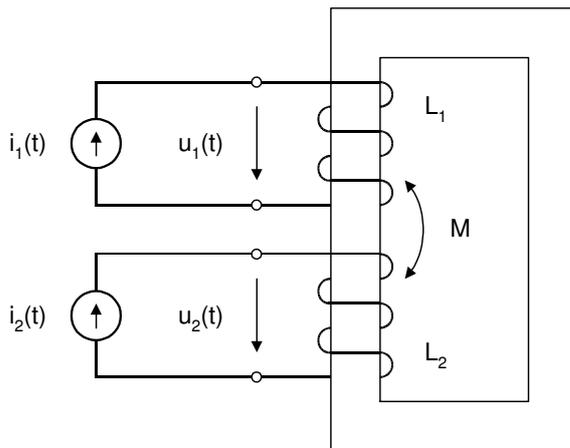
und  $\omega = 100\text{s}^{-1}$ . Stellen Sie die Netzwerkgleichung in Matrixform auf.

## Aufgabe 237



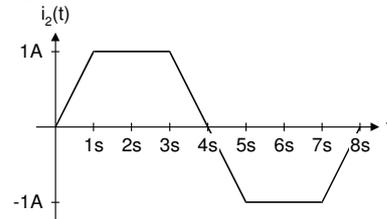
- Zeichnen Sie für die nebenstehende Anordnung eine Schaltung mit Induktivitäten und kennzeichnen Sie die gegenseitigen Wicklungssinne mittels Punkten.
- Wie gross ist die zwischen den Punkten a und f gemessenen Induktivität?

## Aufgabe 238



a) Geben Sie für die nebenstehende Anordnung die Gleichung für die Berechnung von  $u_1(t)$  und  $u_2(t)$  an. Für die folgenden Teilaufgaben sei:  $L_1 = 1\text{H}$ ,  $L_2 = 5\text{H}$  und  $M = 2\text{H}$  gegeben.

b) Es gelte:  $i_1(t) = 5\text{A}$ . Der Strom  $i_2(t)$  habe die unten angegebene Form.



Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannungen  $u_1(t)$  und  $u_2(t)$ . Beschriften Sie die Achsen.

c) Es gelte:  $u_1(t) = 100\text{V} \cdot \sin(1000\text{s}^{-1} \cdot t)$  und  $i_1(t) = 5\text{A} \cdot \sin(1000\text{s}^{-1} \cdot t + \pi/6)$ . Berechnen Sie  $u_2(t)$ .

## Aufgabe 239

Ein Netztransformator besteht aus zwei gekoppelten Spulen. Die sogenannte Primärspule wird am Netz, d.h.

$$u_1(t) = \sqrt{2} \cdot U_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

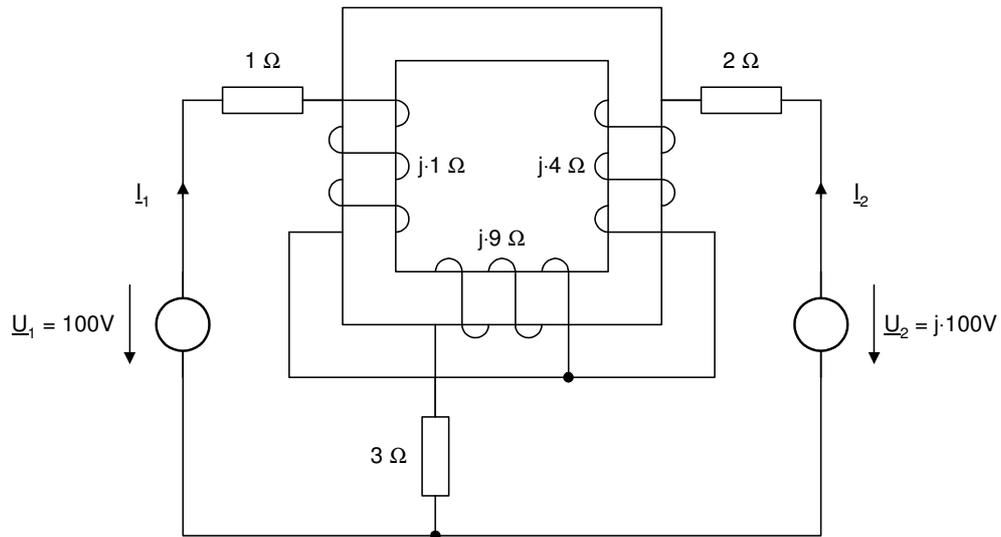
mit  $U_1 = 230\text{V}$  und  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz}$ , betrieben.

- Wie viele Windungen muss die Primärspule aufweisen, damit im Leerlaufbetrieb (Sekundärspule offen) ein magnetischer Fluss von  $\hat{\Phi}_{11} = 10^{-4}\text{Vs}$  nicht überschritten wird?
- Die Spannung über der Sekundärspule soll im Leerlaufbetrieb einen Effektivwert von  $U_2 = 12\text{V}$  besitzen. Wie viele Windungen muss sie aufweisen, wenn ideale Kopplung ( $k = 1$ ) angenommen wird?
- Die Kopplungsfaktor zwischen den Spulen betrage  $k = 0.9$ . Wie gross ist in diesem Fall der Effektivwert der Sekundärspannung im Leerlaufbetrieb?

**Bemerkung:** Falls Sie die Teilaufgabe a) nicht lösen konnten, nehmen Sie  $n_1 = 10^4$  an. Zudem können Sie annehmen, dass  $\hat{\Phi}_{11} = 10^{-4}\text{Vs}$ .

## Aufgabe 240

Die drei Spulen sind ideal ( $k = 1$ ) gekoppelt.



- Leiten Sie für die obenstehende Anordnung ein Schaltbild mit gekoppelten Induktivitäten her und kennzeichnen Sie den Wicklungssinn mit Punkten.
- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf zur Bestimmung der beiden eingezeichneten Ströme  $\underline{I}_1$  und  $\underline{I}_2$ .
- Bestimmen Sie Ströme  $\underline{I}_1$  und  $\underline{I}_2$  numerisch.
- Welche Wirk- und Blindleistung liefern die beiden Quellen?